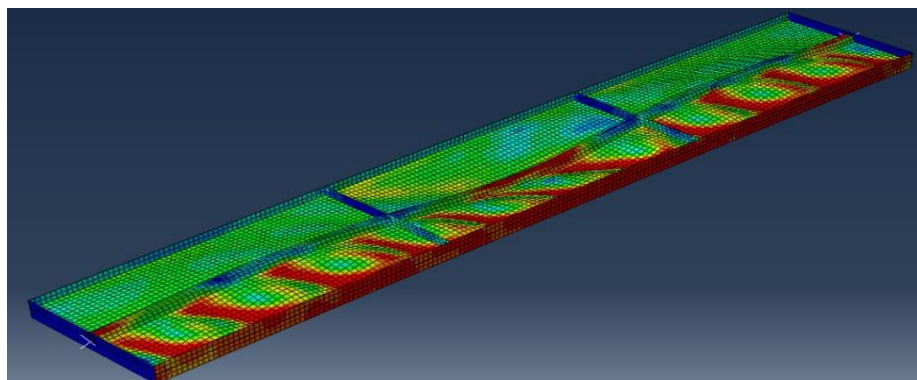




**TÉCNICO**  
LISBOA



**Dimensionamento de Vigas de Secção Soldada  
com Aço S690 sujeitas a Esforços Combinados de Flexão,  
Corte e Compressão**

**Henrique Gonçalves Afonso**

Dissertação para a obtenção do Grau de Mestre em:

**Engenharia Civil**

Orientador: Professor Doutor José Joaquim Costa Branco de Oliveira Pedro

**Júri**

Presidente: Professor Doutor António Manuel Figueiredo Pinto da Costa

Orientador: Professor Doutor José Joaquim Costa Branco de Oliveira Pedro

Vogal: Professor Doutor Manuel da Cunha Ritto Corrêa

**Dezembro de 2020**



Declaração:

Declaro que o presente documento é um trabalho original da minha autoria e que cumpre todos os requisitos do Código de Conduta e Boas Práticas da Universidade de Lisboa.



# AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, expresso os meus mais sinceros agradecimentos aos meus pais. Todo o esforço e dedicação que empenharam na minha educação, pessoal e profissional, é de louvar, sendo que palavras jamais descreverão o sentimento de gratidão que para com eles tenho e terei toda a vida. À minha restante família, irmãos, amigos e namorada, o meu muito obrigado por todo o apoio dado, não só nesta fase, mas acima de tudo sempre. Sei que poderei contar sempre com vocês, independentemente da situação ou momento que achesse. São quem faz valer tudo a pena.

Em segundo lugar, gostaria de expressar a minha gratidão para com o Professor José Oliveira Pedro, por ter sido sem sombra de dúvida o melhor professor que tive em todo o meu percurso escolar. Sempre muito próximo do aluno, consegue, a meu ver, tornar as aulas aliciantes com toda a sua dinâmica e conhecimentos. Despertou em mim o fascínio pela Engenharia Civil, nomeadamente ao nível da conceção e dimensionamento de estruturas metálicas. A ele, o meu muito obrigado, não só pelos conhecimentos transmitidos ao longo destes anos, como também pela orientação dada durante a realização deste trabalho de investigação.

Finalmente, mas não menos importante, quero agradecer ao Engenheiro André Biscaya, com quem tive o privilégio de colaborar neste trabalho. A ele agradeço imenso todos os códigos de MATLAB e Python fornecidos, os quais permitiram a implementação computacional indispensável ao desenvolvimento do trabalho. Sempre extremamente prestável, ajudou-me imenso na compreensão física de vários fenómenos, nomeadamente na análise dos problemas de estabilidade em estruturas constituídas por placas esbeltas, estando sempre disponível para me auxiliar e explicar determinados aspetos desta investigação, como por exemplo na utilização do *software* Abaqus, programa de elementos finitos que requer por parte do utilizador um “*know how*” específico. É certamente o meu segundo orientador neste trabalho de investigação, a quem estou profundamente agradecido.



## RESUMO

Este trabalho apresenta o dimensionamento de vigas de aço de alta resistência S690 com secção soldada de alma cheia e reforços longitudinais, sujeitas a esforços N-M-V combinados, como é normalmente o caso das vigas de aço utilizadas nos tabuleiros de pontes de tirantes metálicas e mistas aço-betão. Desta forma, avalia-se a resistência última deste tipo de vigas esbeltas adotando a formulação proposta na norma EN 1993-1-5 e a formulação recentemente proposta por Biscaya [33] para vigas de secção soldada de alma cheia. É realizado um estudo paramétrico em que se comparam os resultados obtidos por estas formulações com os resultados obtidos por modelos de elementos finitos física e geometricamente não lineares (GMNIA), que permitem obter numericamente a resistência última de vigas submetidas a esforços combinados N-M-V dos perfis. Com base nesse estudo, mostra-se que as novas equações de interação N-M-V propostas por Biscaya conduzem a melhores resultados em relação aos obtidos pela formulação atual do EC3-1-5, para vigas com e sem reforços longitudinais.

**Palavras-chave:** Interação N-M-V, EN 1993-1-5, aço de alta resistência S690, viga de secção soldada, reforços longitudinais.





## ABSTRACT

This work presents the design of S690 high-strength steel plate girder beams, with welded sections and longitudinal stiffeners, subjected to combined N-M-V internal forces, as is usually the case of steel beams used in steel and composite steel-concrete bridge decks. The ultimate strength of this type of slender beams is evaluated by adopting the formulation proposed in the EN 1993-1-5 standard and the recently proposed formulation by Biscaya [\[33\]](#) for steel plate girders. A parametric study is carried out comparing the results obtained by these formulations with the results obtained by physically and geometrically nonlinear finite element models (GMNIA). Based on this study, it is shown that the new N-M-V interaction equations proposed by Biscaya give better results in relation to those obtained by the current EC3-1-5 formulation, both for HSS 690 plate girder beams with and without longitudinal stiffeners.

**Keywords:** N-M-V interaction, EN 1993-1-5, high strength steel S690, slender plate girder, longitudinal stiffeners.



# ÍNDICE DE MATÉRIAS

AGRADECIMENTOS .....	v
RESUMO .....	vii
ABSTRACT .....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
LISTA DE TABELAS .....	xvii
NOTAÇÃO .....	xix
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Considerações gerais.....	1
1.2. Objetivo da dissertação .....	2
1.3. Estrutura da dissertação.....	3
2. CONCEÇÃO DE PLACAS DE AÇO COM REFORÇOS LONGITUDINAIS .....	5
2.1. Introdução.....	5
2.2. Estruturas constituídas por placas .....	5
2.3. Estabilidade de estruturas de aço constituídas por placas .....	6
2.4. Conceitos básicos de dimensionamento.....	6
2.4.1. Esbelteza .....	6
2.4.2. Secção Transversal.....	7
2.4.3. Dimensionamento dos reforços.....	8
3. FUNCIONAMENTO ESTRUTURAL DE PLACAS DE AÇO COM REFORÇOS LONGITUDINAIS .....	11
3.1. Introdução.....	11
3.2. Encurvadura de placa.....	11
3.2.1. Encurvadura local de placa entre reforços .....	12
3.2.2. Encurvadura global de coluna .....	14
3.2.3. Encurvadura global de placa .....	16
3.2.4. Interpolação entre modos de encurvadura.....	19
3.3. Resistência última de uma placa reforçada .....	20
3.3.1. Considerações iniciais .....	20
3.3.2. Conceito de largura efetiva.....	21
3.3.3. Painéis sob compressão uniforme – Esforço Normal (N) .....	21
3.3.4. Painéis sob compressão variável – Momento Fletor (M) .....	23
3.3.5. Resistência última da alma ao esforço transversal (V) .....	23
3.4. Interação de esforços N-M-V de acordo com a EN 1993-1-5.....	28

4.	MODELOS DE ANÁLISE PARA OBTENÇÃO DA TENSÃO CRÍTICA.....	31
4.1.	Geometrias e parâmetros de base .....	31
4.2.	Consideração da rigidez de torção do reforço longitudinal fechado .....	32
4.2.1.	Modelo 1 – 1 <i>General Shape</i> com torção.....	32
4.2.2.	Modelo 2 – 2 <i>General Shape</i> sem torção.....	35
4.2.3.	Modelo 3 – 1 <i>General Shape</i> sem torção.....	36
4.2.4.	Modelo 4 – EN 1993-1-5 .....	37
5.	MODELO NUMÉRICO DE ANÁLISE NÃO LINEAR .....	39
5.1.	Modelação do material .....	40
5.2.	Imperfeições geométricas equivalentes .....	41
5.3.	Análise de sensibilidade às imperfeições geométricas equivalentes.....	44
6.	RESULTADOS NUMÉRICOS PARA ESFORÇOS N, M, V .....	45
6.1.	Consideração da rigidez de torção do reforço longitudinal .....	45
6.2.	Análise aos diferentes modelos de cálculo .....	46
6.2.1.	Esforço axial $N_b, FEM / N_b, Rd$ .....	46
6.2.2.	Momento fletor $M_{eff, y, FEM} / M_{eff, y, Rd}$ .....	49
6.2.3.	Esforço transverso $V_{bw, FEM} / V_{bw, Rd}$ .....	51
6.3.	Influência dos banzos no cálculo da resistência última ao corte $V_b, Rd$ .....	54
7.	ESTUDO DE INTERAÇÃO N-M-V .....	55
7.1.	Interação N-M-V de acordo com a nova proposta de Biscaya.....	55
7.2.	Metodologia de estudo e superfície de interação.....	56
7.3.	Análise do plano de interação N-V .....	59
7.4.	Análise da superfície de interação N-M-V.....	60
8.	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....	69
	REFERÊNCIAS .....	71
	ANEXOS.....	73
	ANEXO A: Exemplos de aplicação .....	73
	ANEXO A1: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a compressão uniforme (N) .....	73
	ANEXO A2: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a compressão não uniforme (M) ...	77
	ANEXO A3: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a esforço transversal (V).....	82
	ANEXO A4: Interação de esforços N-M-V .....	83
	ANEXO B: Interação N-M-V .....	87
	ANEXO B1: Interação N-M-V para $A_f / A_w = 0$ .....	87
	ANEXO B2: Interação N-M-V para $A_f / A_w = 0,25$ .....	89
	ANEXO B3: Interação N-M-V para $A_f / A_w = 0,50$ .....	91
	ANEXO B4: Interação N-M-V para $A_f / A_w = 1,0$ .....	93

# LISTA DE FIGURAS

## CAPÍTULO 1

Figura 1.1: Esforços N-M-V numa determinada secção do tabuleiro misto aço-betão duma ponte de tirantes [3].....	1
Figura 1.2: Diagrama de interação N-M-V segundo a norma EN 1993-1-5 [9].....	2

## CAPÍTULO 2

Figura 2.1: Vigas de alma cheia em pontes mistas aço-betão – Viaduto Parque da Maia (Projeto GRID) .....	5
Figura 2.2: Estrutura de cobertura metálica em viga de alma cheia de altura variável – Estádio do C.S. Marítimo (Projeto GRID).....	5
Figura 2.3: Reforços longitudinais assimétricos (em cima) e simétricos (em baixo), abertos e fechados .....	9
Figura 2.4: Placa reforçada longitudinalmente sujeita a momentos fletores positivos .....	10
Figura 2.5: Esbeltezas de placas em reforços longitudinais .....	10

## CAPÍTULO 3

Figura 3.1: Modos de instabilidade elástica em painéis reforçados à compressão (adaptado de [19])	11
Figura 3.2: Modo de encurvadura local de placa entre reforços.....	12
Figura 3.3: Secção transversal a considerar para o cálculo de $I_{sl}$ e $Asl$ .....	13
Figura 3.4: Modo de encurvadura global como coluna .....	14
Figura 3.5: Notações relativas a placas reforçadas longitudinalmente (adaptado de [8]) .....	15
Figura 3.6: Definição das distâncias $e_1$ e $e_2$ [23].....	16
Figura 3.7: Modo de encurvadura global de placa reforçada.....	17
Figura 3.8: Interpolação entre o modo de placa reforçada e o modo coluna [23] .....	20
Figura 3.9: Distribuição de tensões não uniformes numa placa reforçada submetida a compressão uniforme.....	21
Figura 3.10: Conceito de largura efetiva de uma placa (adaptado de [19]) .....	21
Figura 3.11: Placa metálica reforçada sujeita a compressão uniforme .....	22
Figura 3.12: Placa metálica reforçada sujeita a compressão variável .....	23
Figura 3.13: Modelo de rotura de uma viga de secção soldada de alma cheia submetida a um campo de tensões de corte puro [23].....	24
Figura 3.14: Cálculo de $I_{sl.V}$ .....	27

## CAPÍTULO 4

Figura 4.1: Introdução da geometria da placa metálica no EBP .....	33
Figura 4.2: Geometria do reforço longitudinal e chapa associada em estudo.....	33
Figura 4.3: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 1).....	34

Figura 4.4: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 1) .....	34
Figura 4.5: Introdução do esforço normal no EBP .....	34
Figura 4.6: Introdução do momento fletor no EBP .....	35
Figura 4.7: Introdução do esforço transversal no EBP .....	35
Figura 4.8: Estudo do reforço longitudinal de secção fechada como dois reforços de secção aberta .	35
Figura 4.9: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 2).....	36
Figura 4.10: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 2) .....	36
Figura 4.11: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 3) .....	37
Figura 4.12: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 3) .....	37

## CAPÍTULO 5

Figura 5.1: Tipologia da malha utilizada na investigação ( $\alpha = 1$ ) .....	39
Figura 5.2: Condições de apoio num painel de aço simplesmente apoiado [31].....	40
Figura 5.3: Lei de tensão-deformação do aço utilizado nos modelos numéricos .....	40
Figura 5.4: Diagrama simplificado das tensões residuais numa placa com reforços longitudinais (adaptado de [19]) .....	41
Figura 5.5: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 1 c/ amplitude negativa (IMP 1 -) – na direção longitudinal e transversal do painel.....	42
Figura 5.6: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 2 c/ amplitude negativa (IMP 2 -) – na direção longitudinal e transversal do painel .....	43
Figura 5.7: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 3 c/ amplitude negativa (IMP 3 -) – na direção longitudinal e transversal do painel .....	43
Figura 5.8: Análise de sensibilidade às imperfeições geométricas equivalentes em placas reforçadas submetidas a um esforço axial [a)], momento fletor [b)] e esforço transversal [c)] – Resultados normalizados em relação à resistência obtida para IMP 2 - .....	44

## CAPÍTULO 6

Figura 6.1: Resistência última pela EN 1993-1-5 [8] de 80 painéis com um reforço longitudinal submetidas a uma compressão uniforme considerando ou não a rigidez de torção do reforço (i.e., tomando $k_{\sigma} = 4,0$ vs. $k_{\sigma} = 5,5$ ) .....	45
Figura 6.2: Gráficos de $Nb, FEM / Nb, Rd$ – Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)], Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)] .....	47
Figura 6.3: Gráficos de $Meff, y, FEM / Meff, y, Rd$ – Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)], Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)] .....	50
Figura 6.4: Efeito do reforço longitudinal na evolução das tensões de compressão ao longo de uma placa metálica reforçada sujeita a flexão pura .....	51
Figura 6.5: Gráficos de $Vbw, FEM / Vbw, Rd$ Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)], Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)] .....	52
Figura 6.6: Influência da contribuição dos banzos no cálculo de $Vb, Rd$ em função da esbelteza normalizada da alma .....	54

## CAPÍTULO 7

Figura 7.1: Sistema de coordenadas esféricas adotado .....	57
Figura 7.2: 49 pontos obtidos pelo modelo numérico para a interação N-M-V para uma dada geometria .....	57
Figura 7.3: Gráficos <i>RFEM / REC3</i> e <i>RFEM / RPROPOSTA</i> para os rácios $A_f / A_w = 0$ [a) e b)], $A_f / A_w = 0,25$ [c) e d)], respetivamente .....	62
Figura 7.4: Gráficos <i>RFEM / REC3</i> e <i>RFEM / RPROPOSTA</i> para os rácios $A_f / A_w = 0,50$ [e) e f)], $A_f / A_w = 1$ [g) e h)], respetivamente .....	63
Figura 7.5: Efeito da esbelteza da placa metálica $h_w / t_w$ na interação de esforços N-M-V .....	64
Figura 7.6: Efeito da rigidez de flexão relativa do reforço $\gamma$ na interação de esforços N-M-V .....	65
Figura 7.7: Efeito do fator de forma $\alpha$ na interação de esforços N-M-V .....	66





# LISTA DE TABELAS

## CAPÍTULO 2

Tabela 2.1: Pré-dimensionamento de vigas de alma cheia – Esbeltezas (adaptado de [19]) ..... 6

Tabela 2.2: Pré-dimensionamento de vigas de alma cheia – Larguras e espessuras para aços até S460 (adaptado de [19]) ..... 8

## CAPÍTULO 3

Tabela 3.1: Fator de redução para ter em conta a encurvadura de almas ao corte  $\chi_w$  ..... 25

## CAPÍTULO 4

Tabela 4.1: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 1 através do EBP ..... 35

Tabela 4.2: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 2 através do EBP ..... 36

Tabela 4.3: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 3 através do EBP ..... 37

Tabela 4.4: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 4 – EN 1993-1-5 ..... 37

Tabela 4.5: Resumo das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo os vários modelos em estudo ..... 38

## CAPÍTULO 5

Tabela 5.1: Parâmetros de definição do aço S690 dos modelos numéricos ..... 40

## CAPÍTULO 6

Tabela 6.1: Estudo estatístico da relação  $N_{b,FEM} / N_{b,Rd}$  correspondente a 80 geometrias ..... 46

Tabela 6.2: Estudo estatístico da relação  $M_{eff,y,FEM} / M_{eff,y,Rd}$  correspondente a 80 geometrias ..... 49

Tabela 6.3: Estudo estatístico da relação  $V_{bw,FEM} / V_{bw,Rd}$  correspondente a 80 geometrias ..... 53

## CAPÍTULO 7

Tabela 7.1: Estudo estatístico relativo à escolha do parâmetro  $\lambda$  nas equações de interação N-M-V ..... 59

Tabela 7.2: Estudo estatístico dos resultados da interação de esforços N-M-V de acordo com a norma EN 1993-1-5 [8] e a proposta de Biscaya [33] ..... 60



# NOTAÇÃO

## Lista de Abreviaturas

EC3	Eurocódigo 3
EWM	<i>Effective Width Method</i>
RSM	<i>Reduced Stress Method</i>
EBP	EBPlate ( <i>Elastic Buckling of Plates</i> )
GMNIA	<i>Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections</i>
LPF	<i>Load Proportion Factor</i>
IMP	Imperfeição geométrica equivalente
FEM	<i>Finite Element Method</i>
S355	Aços com tensão de cedência $f_y = 355MPa$
S690	Aços com tensão de cedência $f_y = 690MPa$

## Lista de Variáveis

### CAPÍTULO 1

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transversal

### CAPÍTULO 2

$\lambda$	Esbelteza da viga
$h$	Altura da viga
$l$	Comprimento do vão
$b_{fs}$	Largura do banzo superior
$b_{fi}$	Largura do banzo inferior
$b_f$	Largura do banzo
$t_{fs}$	Espessura do banzo superior
$t_{fi}$	Espessura do banzo inferior
$t_f$	Espessura do banzo
$t_w$	Espessura da alma
$d$	Altura da alma
$A_w$	Área da alma
$A_f$	Área de cada banzo
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$I_y$	Momento de inércia relativo ao eixo y
$W_y$	Módulo de flexão relativo ao eixo y

$c$	Semi-largura do banzo
$\varepsilon$	Parâmetro material dependente de $f_y$
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$k_\tau$	Coeficiente de encurvadura ao corte
$\eta$	Fator para área de corte
$b_s$	Largura da placa do reforço longitudinal
$t_s$	Espessura da placa do reforço longitudinal
$h_s$	Altura do reforço longitudinal
$b_i$	Altura do sub-painel
$\alpha$	Fator de forma
$a$	Distância entre reforços transversais

### CAPÍTULO 3

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transversal
$b_i$	Altura do sub-painel
$\sigma_{cr.loc}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\sigma_{cr.c}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como coluna
$\sigma_{cr.p}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$k_\sigma$	Coeficiente de encurvadura local dos sub-painéis
$\pi$	Pi
$E$	Módulo de elasticidade do aço
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$t_w$	Espessura da alma
$\psi$	Fator de correção
$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$I_{sl}$	Momento de inércia relativo à encurvadura para fora do plano do reforço longitudinal
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$D$	Rigidez de flexão da placa
$\delta$	Área relativa do reforço longitudinal
$A_{sl}$	Área do reforço longitudinal
$b_{ss}$	Comprimento da placa superior do reforço longitudinal
$b_{si}$	Comprimento da placa inferior do reforço longitudinal
$d_s$	Comprimento da placa inclinada do reforço longitudinal
$z_G$	Centro de gravidade do reforço longitudinal

$t_s$	Espessura da placa do reforço longitudinal
$\theta$	Rigidez de torção relativa do reforço longitudinal
$GJ_s$	Rigidez de torção
$S_j$	Área média da função de fluxo de corte de torção
$P_j$	Perímetro da função de fluxo de corte de torção
$h_s$	Altura do reforço longitudinal
$\bar{\lambda}_{loc}$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\varepsilon$	Parâmetro material dependente de $f_y$
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$\rho_{loc}$	Fator de redução associado ao modo de encurvadura local entre reforços
$\sigma_{cr,sl}$	Tensão crítica relativa à fibra do reforço longitudinal
$I_{sl,1}$	Momento de inércia relativo à encurvadura para fora do plano do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.5)
$A_{sl,1}$	Área do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.5)
$a$	Distância entre reforços transversais
$b_{2,sup}$	Comprimento a considerar para o 2º sub-painel (Figura 3.5)
$\psi_2$	Fator de correção para o 2º sub-painel
$b_2$	Comprimento bruto do 2º sub-painel (Figura 3.5)
$b_c$	Comprimento bruto do painel à compressão (Figura 3.5)
$b_{sl,1}$	Distância do reforço longitudinal ao eixo neutro (Figura 3.5)
$b_1$	Comprimento bruto do 1º sub-painel (Figura 3.5)
$\bar{\lambda}_c$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura global como coluna
$\chi_c$	Fator de redução associado ao modo de encurvadura global como coluna
$\phi$	Parâmetro auxiliar
$\alpha_c$	Fator de imperfeição
$\bar{\alpha}$	Fator de imperfeição generalizada
$e$	Excentricidade do reforço longitudinal
$i$	Raio de giração do reforço longitudinal
$e_2$	Centro de gravidade do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.6)
$e_1$	Diferença entre o centro de gravidade do reforço longitudinal e o centro de gravidade do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.6)
$b_I$	Distância desde o bordo longitudinal superior da placa até ao centro do reforço longitudinal
$b_{II}$	Distância desde o bordo longitudinal inferior da placa até ao centro do reforço longitudinal

$a_c$	Parâmetro auxiliar
$b_I^*, b_{II}^*, B^*$	Parâmetros necessários ao cálculo de $a_c$ na disposição de 2 reforços longitudinais
$\alpha$	Fator de forma
$k_{\sigma.p}$	Coefficiente de encurvadura global da placa reforçada com 3 ou mais reforços longitudinais
$\sigma_E$	Tensão crítica de Euler
$\gamma^*$	Inércia relativa do reforço longitudinal para placa reforçada com 3 ou mais reforços longitudinais
$\delta^*$	Área relativa do reforço longitudinal para placa reforçada com 3 ou mais reforços longitudinais
$I_p$	Momento de inércia da placa sem reforços
$A_p$	Área total da placa metálica
$\bar{\lambda}_p$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$\rho$	Fator de redução associado ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$\rho_c$	Fator de redução associado à interpolação entre os modos de encurvadura global como placa reforçada e encurvadura global como coluna
$\xi$	Parâmetro auxiliar
$\sigma$	Tensão
$b_{eff}$	Largura efetiva
$\sigma_c$	Tensão de compressão
$N_{b.Rd}$	Esforço normal resistente de uma placa reforçada longitudinalmente
$A_{c.eff}$	Área comprimida efetiva da secção transversal do perfil
$\gamma_M$	Coefficiente parcial de segurança
$A_{c.eff.loc}$	Área composta pelas secções efetivas de todos os reforços longitudinais e sub-placas, à exceção das partes efetivas apoiadas nos bordos longitudinais
$b_{edge.eff}$	Comprimento das partes efetivas apoiadas nos bordos longitudinais
$A_{sl.eff}$	Área efetiva de cada reforço longitudinal
$N_y$	Esforço axial de cedência
$N_{cr.c}$	Esforço axial crítico associado ao modo de encurvadura global como coluna
$N_{cr.p}$	Esforço axial crítico associado ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$A_c$	Área bruta da placa constituída por todos os sub-painéis intermédios, excluindo apenas as áreas dos sub-painéis laterais adjacentes aos banzos
$\beta_{A.c}$	Fator de correção
$\sigma_t$	Tensão de tração
$M_{eff.y}$	Momento fletor resistente segundo a direção $y$ da placa metálica reforçada longitudinalmente
$W_{el.eff.y}$	Módulo de flexão efetivo da secção

$I_{eff.y}$	Momento de inércia segundo y da secção efetiva
$y_{sup}$	Distância desde o bordo longitudinal superior ao centro de gravidade da secção transversal efetiva
$y_{inf}$	Distância desde o bordo longitudinal inferior ao centro de gravidade da secção transversal efetiva
$c$	Distância entre as rótulas plásticas e os reforços transversais
$V_{b.Rd}$	Esforço transversal resistente em vigas de alma cheia
$V_{bw.Rd}$	Resistência da alma ao esforço transversal
$V_{bf.Rd}$	Resistência dos banzos ao esforço transversal
$V_{plw.Rd}$	Resistência plástica da alma
$\eta$	Fator para área de corte
$\tau_{cr}$	Tensão crítica associada ao esforço transversal
$\chi_w$	Fator de redução do esforço transversal de cedência da alma
$\bar{\lambda}_w$	Esbelteza normalizada associada ao esforço transversal
$\tau_y$	Tensão de cedência ao corte
$h_{wi}$	Altura referente ao sub-painel com maior esbelteza, onde a placa na sua totalidade também deverá ser considerada
$k_\tau$	Coefficiente de encurvadura ao corte
$k_{\tau i}$	Coefficiente de encurvadura ao corte referente ao sub-painel com maior esbelteza, onde a placa na sua totalidade também deverá ser considerada
$f_{yw}$	Tensão de cedência do aço que constitui a alma
$f_{yf}$	Tensão de cedência do aço que constitui os banzos
$\beta_{sl}$	Fator de correção
$I_{sl.V}$	Somatório dos momentos de inércia dos reforços longitudinais segundo o eixo z (Figura 3.14)
$k_{\tau sl}$	Parcela corretiva para o cálculo do coeficiente de encurvadura $k_\tau$ referente à placa na sua totalidade
$b_f$	Largura do banzo
$t_f$	Espessura do banzo
$M_{Ed}$	Momento fletor atuante
$M_{f.Rd}$	Resistência dos banzos ao momento fletor
$A_f$	Área de cada banzo
$A_w$	Área da alma
$M_{Rd}$	Momento fletor resistente
$V_{Ed}$	Esforço transversal atuante
$V_{Rd}$	Esforço transversal resistente
$N_{Ed}$	Esforço axial atuante

$N_{Rd}$	Esforço axial resistente
$F_{Ed}$	Força concentrada atuante
$F_{Rd}$	Resistência última de almas sob efeito de forças concentradas
$F$	Força concentrada
$e_N$	Excentricidade relativamente à encurvadura local
$\eta_1$	Relação entre momento fletor atuante e momento fletor resistente efetivo
$\eta_2$	Relação entre força concentrada atuante e resistência última de almas sob efeito de forças concentradas
$\bar{\eta}_3$	Relação entre esforço transversal atuante e resistência da alma ao esforço transversal
$\eta_4$	Relação entre esforço axial atuante e esforço axial resistente efetivo
$M_{eff.Rd}$	Momento fletor resistente efetivo
$N_{eff.Rd}$	Esforço axial resistente efetivo
$\eta_{1,f}$	Relação entre a resistência dos banzos ao momento fletor e o momento fletor resistente efetivo
$\mu$	Parâmetro auxiliar
$\bar{\eta}_3^{máx}$	Valor máximo de $\bar{\eta}_3$ obtido através da Eq. 3.30
$N_{f.Rd}$	Resistência última à compressão de um único banzo

#### **CAPÍTULO 4**

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transversal
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$t_w$	Espessura da alma
$b_{si}$	Comprimento da placa inferior do reforço longitudinal
$b_{ss}$	Comprimento da placa superior do reforço longitudinal
$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$h_s$	Altura do reforço longitudinal
$t_s$	Espessura da placa do reforço longitudinal
$\alpha$	Fator de forma
$a$	Distância entre reforços transversais
$\sigma_{cr,p}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$\tau_{cr}$	Tensão crítica associada ao esforço transversal
$\sigma_{cr,loc}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\sigma_{cr,c}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como coluna
$\eta_x$	Coefficiente que se traduz pela não consideração das tensões longitudinais na placa, impossibilitando a ocorrência de encurvadura local nos sub-painéis (EBP)



$\delta$	Área relativa do reforço longitudinal
$\theta$	Rigidez de torção relativa do reforço longitudinal
$A_{sl,1}$	Área do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.5)
$I_{sl,1}$	Momento de inércia relativo à encurvadura para fora do plano do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes (Figura 3.5)
$A_{sl}$	Área do reforço longitudinal
$I_{sl}$	Momento de inércia relativo à encurvadura para fora do plano do reforço longitudinal
$\gamma'$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal + placa associada (EBP)
$\delta'$	Área relativa do reforço longitudinal + placa associada (EBP)
$y$	Posição do reforço longitudinal (EBP)
$d \equiv b_{si}$	Comprimento da placa inferior do reforço longitudinal (EBP)
$K_r$	Rigidez local de rotação (EBP)
$E$	Módulo de elasticidade do aço
$d_s$	Comprimento da placa inclinada do reforço longitudinal
$D$	Rigidez de flexão da placa
$GJ_s$	Rigidez de torção
$\delta''$	Metade da área relativa do reforço longitudinal + placa associada (EBP)
$\gamma''$	Metade da rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal + placa associada (EBP)

## CAPÍTULO 5

$P_{Total}$	Carga total
$LPF$	Fator de proporcionalidade da carga
$P_{Ref}$	Carga de referência
$\alpha$	Fator de forma
$\bar{m}_I$	Distribuição de momentos aplicados ao logo do bordo I (Figura 5.2)
$\bar{m}_{II}$	Distribuição de momentos aplicados ao logo do bordo II (Figura 5.2)
$\bar{m}_{III}$	Distribuição de momentos aplicados ao logo do bordo III (Figura 5.2)
$\bar{m}_{IV}$	Distribuição de momentos aplicados ao logo do bordo IV (Figura 5.2)
$w$	Deslocamento na direção perpendicular ao plano, leia-se segundo o eixo z (Figura 5.2)
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$E$	Módulo de elasticidade do aço
$f_u$	Tensão última do aço
$\varepsilon_y$	Deformação correspondente à tensão de cedência do aço
$\varepsilon_u$	Deformação correspondente à tensão última do aço
$C$	Compressão (Figura 5.4)
$T$	Tração (Figura 5.4)

$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$t_w$	Espessura da alma
$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transverso
$a$	Distância entre reforços transversais
$b_i$	Altura do sub-painel
$N_{b.Rd}$	Esforço normal resistente de uma placa reforçada longitudinalmente
$M_{eff.Rd}$	Momento fletor resistente efetivo
$V_{bw.Rd}$	Resistência da alma ao esforço transverso

## CAPÍTULO 6

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transverso
$\sigma_{cr.loc}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$k_\sigma$	Coefficiente de encurvadura local dos sub-painéis
$N_{pl}$	Esforço axial plástico
$M_{eff.y} \equiv M_y$	Momento fletor efetivo segundo a direção $y$ da placa metálica reforçada longitudinalmente
$V_{plw} \equiv V_{pl}$	Resistência plástica da alma
$N_{b.FEM}$	Esforço normal resistente de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus <a href="#">[28]</a>
$N_{b.Rd}$	Esforço normal resistente de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através das diferentes metodologias de cálculo
$\alpha$	Fator de forma
$\sigma_{cr.p}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$M_{eff.y,FEM}$	Momento fletor efetivo segundo a direção $y$ de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus
$M_{eff.y.Rd}$	Momento fletor efetivo segundo a direção $y$ de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através das diferentes metodologias de cálculo
$\psi$	Fator de correção
$a$	Distância entre reforços transversais
$V_{bw,FEM}$	Esforço transverso resistente de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus
$V_{bw.Rd}$	Esforço transverso resistente de uma placa metálica reforçada longitudinalmente obtido através das diferentes metodologias de cálculo

$\tau_{cr}$	Tensão crítica associada ao esforço transversal
$V_{b.Rd}$	Esforço transversal resistente de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do Modelo 3 – 1 <i>General Shape s/ torção</i>
$A_f$	Área de cada banzo
$A_w$	Área da alma
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$t_w$	Espessura da alma
$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$V_{FEM}$	Esforço transversal resistente de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus [28]
$\bar{\lambda}_w$	Esbelteza normalizada associada ao esforço transversal
$V_{bf.Rd}$	Resistência dos banzos ao esforço transversal

## CAPÍTULO 7

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transversal
$M_{f.Rd}$	Resistência dos banzos ao momento fletor
$M_{eff.Rd}$	Momento fletor resistente efetivo
$e_N$	Excentricidade relativamente à encurvadura local
$\eta_{1.M}$	Relação entre momento fletor atuante e momento fletor resistente efetivo
$N_{Ed}$	Esforço axial atuante
$N_{eff.Rd}$	Esforço axial resistente efetivo
$M_{Ed}$	Momento fletor atuante
$\bar{\eta}_3$	Relação entre esforço transversal atuante e resistência da alma ao esforço transversal
$V_{Ed}$	Esforço transversal atuante
$V_{bw.Rd}$	Resistência da alma ao esforço transversal
$\eta_{1.N}$	Relação entre esforço axial atuante e esforço axial resistente efetivo
$k$	Fator de correção
$M_{f,N,Rd}$	Momento resistente da secção efetiva dos banzos reduzida
$\mu$	Parâmetro auxiliar
$V_{bf,N,Rd}$	Esforço transversal resistente da secção efetiva dos banzos reduzida
$V_{b.Rd}$	Esforço transversal resistente em vigas de alma cheia
$i$	Parâmetro auxiliar
$N_{f.Rd}$	Resistência última à compressão de ambos os banzos
$\beta$	Parâmetro auxiliar

$\xi$	Parâmetro auxiliar
$M_{f.Rd}$	Resistência dos banzos ao momento fletor
$W_{eff}$	Módulo de flexão efetivo da secção
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$A_f$	Área de cada banzo
$f_{yf}$	Tensão de cedência do aço que constitui os banzos
$V_{bf.Rd}$	Resistência dos banzos ao esforço transversal
$\bar{\lambda}$	Esbelteza normalizada a considerar no cálculo das equações de interação
$\bar{\lambda}_{loc}$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\sigma_{cr.loc}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\bar{\lambda}_p$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$\beta_{A.c}$	Fator de correção
$\sigma_{cr.p}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$h_w$	Altura da secção referida à linha média dos banzos
$t_w$	Espessura da alma
$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$\alpha$	Fator de forma
$A_w$	Área da alma
$b_f$	Largura do banzo
$t_f$	Espessura do banzo
$N_{FEM}$	Esforço normal resistente de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus <a href="#">[28]</a>
$M_{FEM}$	Momento fletor efetivo segundo a direção transversal de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus
$V_{FEM}$	Esforço transversal resistente de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus
$\theta_1$	Ângulo na horizontal no plano N-M
$\theta_2$	Ângulo na vertical
$N_0$	Resistência última de referência do perfil metálico ao esforço axial na interação N-M-V a ser considerada no programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus
$M_0$	Resistência última de referência do perfil metálico ao momento fletor na interação N-M-V a ser considerada no programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus

$V_0$	Resistência última de referência do perfil metálico ao esforço transversal na interação N-M-V a ser considerada no programa de cálculo numérico automático de elementos finitos Abaqus [28]
$N_{Modelo_3}$	Resistência última do perfil metálico ao esforço axial, exclusivamente, de acordo com o Modelo 3 – 1 <i>General Shape</i> s/ torção, introduzido no ficheiro de <i>input</i> auxiliar
$M_{Modelo_3}$	Resistência última do perfil metálico ao momento fletor, exclusivamente, de acordo com o Modelo 3 – 1 <i>General Shape</i> s/ torção, introduzido no ficheiro de <i>input</i> auxiliar
$V_{Modelo_3}$	Resistência última do perfil metálico ao esforço transversal, exclusivamente, de acordo com o Modelo 3 – 1 <i>General Shape</i> s/ torção, introduzido no ficheiro de <i>input</i> auxiliar
$\theta_N$	Parâmetro de conversão de $N_{Modelo_3}$ em $N_0$
$\theta_M$	Parâmetro de conversão de $M_{Modelo_3}$ em $M_0$
$\theta_V$	Parâmetro de conversão de $V_{Modelo_3}$ em $V_0$
$\bar{\lambda}_c$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura global como coluna
$R_{FEM}$	Distância de um ponto de interação à origem do gráfico da superfície de interação N-M-V obtido através de elementos finitos
$R_{PROPOSTA}$	Distância de um ponto de interação à origem do gráfico da superfície de interação N-M-V obtido através da proposta em análise
$R_{EC3}$	Distância de um ponto de interação à origem do gráfico da superfície de interação N-M-V obtido através da norma europeia EN 1993-1-5 [8]
$c$	Distância entre as rótulas plásticas e os reforços transversais

## CAPÍTULO 8

$N$	Esforço axial
$M$	Momento fletor
$V$	Esforço transversal
$\sigma_{cr.loc}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$\sigma_{cr.p}$	Tensão crítica associada ao modo de encurvadura global como placa reforçada
$\tau_{cr}$	Tensão crítica associada ao esforço transversal
$k_\sigma$	Coefficiente de encurvadura local dos sub-painéis
$\bar{\lambda}$	Esbelteza normalizada a considerar no cálculo das equações de interação
$\bar{\lambda}_{loc}$	Esbelteza normalizada associada ao modo de encurvadura local entre reforços
$A_f$	Área de cada banzo
$A_w$	Área da alma
$\gamma$	Rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal
$\alpha$	Fator de forma
$V_{bf.Rd}$	Resistência dos banzos ao esforço transversal
$V_{b.Rd}$	Esforço transversal resistente de uma placa metálica ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente obtido através do Modelo 3 – 1 <i>General Shape</i> s/ torção



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Considerações gerais

Ao longo do tempo, o avanço da tecnologia tem suscitado a evolução em várias áreas da ciência. A investigação na área da Engenharia Civil resulta da necessidade de se construírem estruturas mais competitivas do ponto de vista económico, mantendo o mesmo nível de segurança estrutural. Dentro da área da Engenharia de Estruturas, a estabilidade tem merecido uma atenção particular, nomeadamente para o caso da utilização de vigas de secção soldada de alma cheia, reforçadas com reforços transversais e longitudinais. Estas vigas têm sido cada vez mais utilizadas em tabuleiros de pontes de tirantes metálicos e mistos de aço-betão dada a sua elevada competitividade, sendo possível a construção de pontes com vãos entre os 600 m e, nalguns casos, ultrapassando já os 1000 m de vão [1]. Contudo, a conceção e o dimensionamento destas estruturas são relativamente complexos, uma vez que, para além de sujeitas a flexão e esforço transversal, as vigas encontram-se igualmente solicitadas a elevadas forças de compressão, dado o tabuleiro estar suspenso por cabos de aço inclinados (Figura 1.1). Deste modo, para garantir a segurança estrutural desses elementos, a interação de esforços N-M-V deve ser verificada. Acresce que, para que a solução dimensionada seja competitiva, é importante avaliar bem os fenómenos de encurvadura envolvidos no comportamento estrutural destas vigas quando sujeitas aos esforços combinados, procurando evitar soluções menos económicas e com maiores quantidades de aço utilizadas, baseadas em hipóteses conservativas. A introdução recente dos aços de alta resistência no domínio das pontes, nomeadamente do aço S690, vem por outro lado colocar novos desafios de conceção e dimensionamento, dado que para tirar partido da elevada resistência do material se torna necessário adotar vigas mais esbeltas recorrendo a um maior número de reforços nas almas das vigas [2].

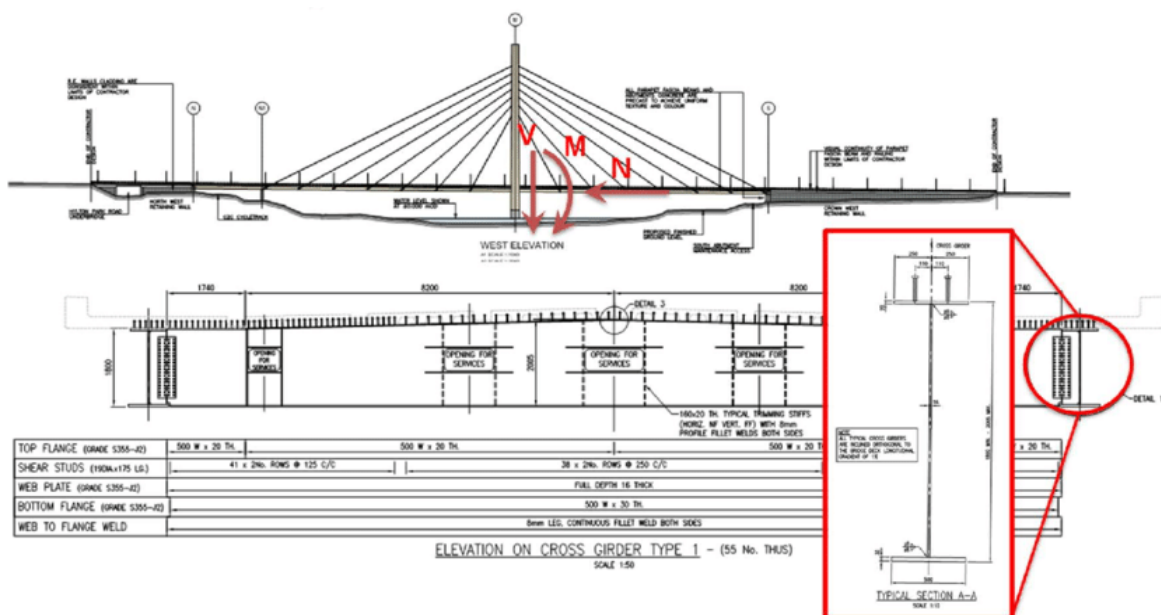


Figura 1.1: Esforços N-M-V numa determinada secção do tabuleiro misto aço-betão numa ponte de tirantes [3]

## 1.2. Objetivo da dissertação

Nos últimos anos, vários estudos têm sido desenvolvidos com o intuito de melhorar a regulamentação atualmente em vigor no dimensionamento de vigas de secção soldada submetidas a esforços combinados. Referem-se nomeadamente os trabalhos conduzidos por Sinur e Beg [4, 5] e por Jáger e Kövesdi [6, 7], que estudaram numérica e experimentalmente a interação M-V em vigas de aço de secção I reforçadas e não reforçadas na direção longitudinal, contudo sem a consideração de forças de compressão. Com base nesses resultados numéricos e experimentais, a metodologia atual de dimensionamento da norma EN 1993-1-5 [8], pelo método da largura efetiva, foi recentemente modificada, uma vez que se confirmou que estas novas formulações devolviam resultados com um maior grau de segurança e fiabilidade relativamente a formulações de interação M-V anteriores. No entanto, estudos no sentido de avaliar a interação de esforços combinados N-M-V para vigas de secção soldada de alma cheia ou de placas de aço reforçadas longitudinalmente não têm merecido a mesma atenção, mantendo-se na norma EN 1993-1-5 uma forma de verificação mais antiga que se afigura conservativa quando se dimensionam vigas com elevada compressão instalada (Figura 1.2).

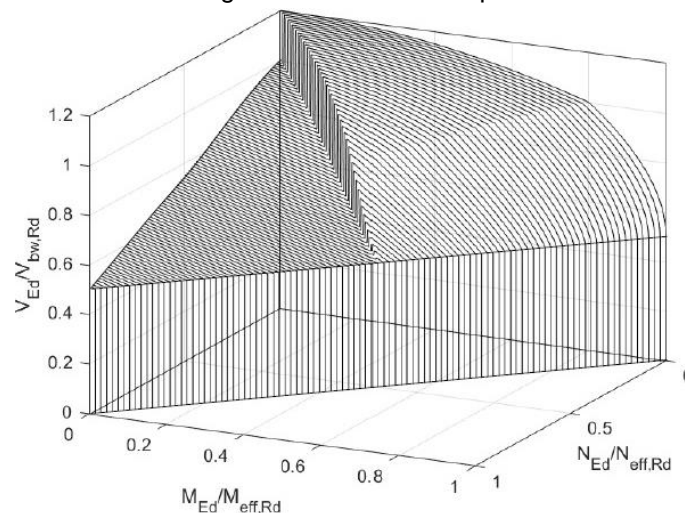


Figura 1.2: Diagrama de interação N-M-V segundo a norma EN 1993-1-5 [9]

Recentemente, Biscaya [9] estudou de forma muito detalhada o comportamento de vigas de secção soldada de alma cheia tendo em conta a interação de esforços N-M-V, tendo desenvolvido uma nova formulação que sem dúvida melhora a forma de avaliar a resistência quando se têm elevadas compressões instaladas, em relação à atual formulação do EN 1993-1-5. Desta forma, o principal objetivo deste estudo consiste em avaliar a nova formulação proposta quando se utilizam vigas com aço S690 reforçadas longitudinalmente, e comparar os seus resultados com a interação de esforços N-M-V da atual regulamentação. Por outro lado, pretende-se avaliar a relevância dos reforços longitudinais no comportamento estrutural destas vigas comprimidas, procurando um valor mínimo para a rigidez destes reforços longitudinais. A investigação é fundamentada na realização de análises numéricas física e geometricamente não lineares pelo método dos elementos finitos de vigas soldadas de aço de alta resistência S690 com reforços longitudinais, que permitem obter a resistência última para esforços N-M-V combinados. Esta investigação permitirá validar a nova proposta de avaliação da resistência a esforços combinados ao domínio de vigas de alta resistência S690.



### 1.3. Estrutura da dissertação

Após o presente capítulo de introdução geral ao tema e de identificação dos objetivos do trabalho, o Capítulo 2 faz uma breve apresentação da utilidade das vigas de secção soldada de alma cheia com reforços longitudinais e transversais. São apresentados exemplos de estruturas que utilizam estas vigas, que servirão como exemplo de aplicação. Neste capítulo são também introduzidas as regras de pré-dimensionamento para a concepção deste tipo de estruturas.

No Capítulo 3 referem-se os aspetos do comportamento destas vigas, nomeadamente no que diz respeito aos seus diferentes modos de encurvadura, e apresenta-se a metodologia atual de verificação estrutural de placas e vigas de secção soldada de alma cheia pela norma EN 1993-1-5 [8]. No [Anexo A](#) incluem-se exemplos de aplicação prática da metodologia de cálculo estrutural por esta norma, com o objetivo de ilustrar de forma clara o modo de cálculo que é proposto pela norma EN 1993-1-5.

No Capítulo 4 são caracterizados os modelos de cálculo que permitem aferir as resistências últimas para diversos casos de estudo submetidos a esforços N, M e V separadamente, e que são comparadas com os resultados obtidos pela norma EN 1993-1-5. São discutidos os efeitos da consideração ou não da rigidez de torção dos reforços longitudinais na sua resistência última e introduzidas as geometrias das vigas utilizadas no estudo paramétrico dos capítulos seguintes.

O Capítulo 5 expõe de forma detalhada a construção dos modelos numéricos e a aferição dos seus resultados. É nomeadamente realizado um estudo de sensibilidade relativamente às imperfeições geométricas equivalentes a considerar nos modelos numéricos com o objetivo de identificar a imperfeição que conduz à menor resistência última de placas reforçadas longitudinalmente sujeitas aos diversos esforços em separado.

No Capítulo 6 analisam-se e discutem-se os resultados obtidos para a resistência última das placas reforçadas quando sujeitas a esforços normais, momentos fletores e esforços transversos, aplicados em separado, sendo novamente analisada a questão da consideração ou não da rigidez de torção dos reforços longitudinais de secção fechada.

No Capítulo 7 apresenta-se os resultados do estudo paramétrico realizado para os modelos de 20 vigas submetidos a esforços combinados N-M-V e comparam-se os resultados com as resistências obtidas pela nova proposta desenvolvida para vigas de secção soldada de alma cheia, bem como pela formulação da norma EN 1993-1-5. Esta análise permite verificar de forma estatística a qualidade dos resultados obtidos pela nova proposta de interação de esforços N-M-V para vigas de aço S690, com e sem reforços longitudinais.

Finalmente, no Capítulo 8, resumem-se as conclusões do presente estudo, referindo as melhorias em relação à atual regulamentação relativamente à interação de esforços N-M-V. Serão igualmente sugeridos ainda alguns desenvolvimentos futuros que surgiram durante a evolução do estudo realizado.



## 2. CONCEÇÃO DE PLACAS DE AÇO COM REFORÇOS LONGITUDINAIS

### 2.1. Introdução

Na prática corrente da construção metálica, as estruturas constituídas por placas podem ser agrupadas em dois tipos de elementos fundamentais: os painéis reforçados e as vigas de secção soldada de alma cheia. A grande vantagem destas últimas em relação a perfis laminados a quente, do tipo HEA ou HEB, é a adaptação das suas secções aos esforços que ocorrem ao longo do seu desenvolvimento, e também ao facto dos perfis laminados a quente serem limitados a alturas máximas de 1 m, pelo que a sua utilização não se adequa quando se verificarem grandes vãos ou cargas muito elevadas. Assim, o recurso a vigas de secção soldada de alma cheia na conceção de novas estruturas, nomeadamente ao nível de obras de arte, tem sido cada vez mais recorrente, dado ser uma solução que, embora de mais difícil execução e de requerer um conhecimento dos efeitos de encurvadura local dos painéis, apresenta um excelente desempenho estrutural e possibilita uma maior economia das soluções.

### 2.2. Estruturas constituídas por placas

O processo de soldadura de placas metálicas tem sofrido ao longo das últimas décadas uma evolução notável, permitindo atualmente a conceção de estruturas constituídas por placas soldadas entre si, e onde se poderão adicionar facilmente reforços longitudinais e transversais. Desta forma, é possível conceber vigas com secções muito variáveis, uma vez que, ao contrário do que acontece na produção de perfis laminados a quente, estes elementos estruturais são produzidos a partir da soldadura de chapas de aço. Dada a grande diversidade de soluções, a conceção e o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por placas, nomeadamente com elementos estruturais de secção soldada ou elementos de parede fina enformados a frio, têm sido adotados como elementos principais em diversos tipos de estruturas, nomeadamente de pontes metálicas e mistas aço-betão (Figura 2.1), estruturas para coberturas de grande vão (Figura 2.2), silos e reservatórios, vigas de caminhos de rolamento de pontes rolantes e outras estruturas especiais [10, 11, 12, 13]. De referir que as estruturas constituídas por painéis cilíndricos ou curvos estão fora do âmbito deste estudo. Contudo, referem-se trabalhos recentes conduzidos por Martins [14] e Piculin [15], onde este tipo de painéis, aplicado nomeadamente ao caso dos tabuleiros de pontes, é abordado de forma detalhada.



Figura 2.1: Vigas de alma cheia em pontes mistas aço-betão – Viaduto Parque da Maia (Projeto GRID)



Figura 2.2: Estrutura de cobertura metálica em viga de alma cheia de altura variável – Estádio do C.S. Marítimo (Projeto GRID)

## 2.3. Estabilidade de estruturas de aço constituídas por placas

A encurvadura local em banzos e em almas devido à compressão instalada é um fenómeno que tem que ser considerado em estruturas de aço compostas por placas esbeltas. Contudo, existem outros problemas de estabilidade em placas e vigas de alma cheia, como sejam:

- Encurvadura da alma induzida pelo banzo, problema este associado ao efeito que as forças de desvio resultantes da curvatura de flexão dos banzos exercem na alma;
- Encurvadura da alma por esforço transversal;
- “Patch loading”, problema associado ao efeito desestabilizador que forças concentradas provocam na alma, sendo que este problema não será analisado no presente trabalho. Referem-se os estudos conduzidos por Kövesdi et al. [16, 17] para avaliar a implicação que essas forças apresentam na estabilidade global de vigas de alma cheia com e sem reforços longitudinais;
- Encurvadura da alma associada a uma excessiva esbelteza, fenómeno conhecido por “web breathing”, algo que é normalmente incluído na verificação de estados limites de serviço e que, por conseguinte, não será igualmente tido em consideração no presente trabalho.

## 2.4. Conceitos básicos de dimensionamento

Referem-se de forma sumária os aspetos básicos a considerar no dimensionamento de estruturas com placas de aço, conforme acima ilustrado. Este tipo de estruturas está enquadrado em diversas regulamentações para o seu projeto que consideram os aspetos de encurvadura local que podem ocorrer. Assim, na Parte 1.5 do Eurocódigo 3 – “Plated Structures” [8], traduzida posteriormente para a Norma Portuguesa NP EN 1993-1-5 [18], que inclui o respetivo Anexo Nacional, encontra-se unificada a regulamentação mais recente para o dimensionamento e verificação da segurança de placas de aço e vigas de alma cheia com ou sem reforços longitudinais.

### 2.4.1. Esbelteza

Como é adotado na maioria das situações, o pré-dimensionamento deste tipo de estruturas inicia-se pela definição da esbelteza a adotar, isto é, pela relação entre a altura da viga e o comprimento do vão,  $\lambda = \frac{h}{l}$ . Essa esbelteza é inerente ao tipo de aplicação do elemento, podendo referir-se para vigas de alma cheia os valores indicativos da Tabela 2.1 normalmente utilizados na construção metálica.

Tabela 2.1: Pré-dimensionamento de vigas de alma cheia – Esbeltezas (adaptado de [19])

$\lambda = \frac{h}{l}$	Vãos simplesmente apoiados	Vigas contínuas
<b>Edifícios industriais</b>	1/15 a 1/25	1/22 a 1/35
<b>Pontes rodoviárias</b>	1/15 a 1/20	1/20 a 1/30
<b>Pontes ferroviárias</b>	1/10 a 1/15	1/12 a 1/20
<b>Pontes rolantes</b>	1/7 a 1/12	1/10 a 1/18

## 2.4.2. Secção Transversal

Depois de definida a altura  $h$  da viga, pode passar-se ao pré-dimensionamento da sua secção transversal, definida pela largura e espessura dos banzos superior e inferior,  $(b_{fs}, t_{fs})$  e  $(b_{fi}, t_{fi})$ , respetivamente, e pela espessura da alma  $t_w$ . Refira-se que no presente trabalho são tratadas vigas de alma cheia com banzos idênticos, pelo que a notação é simplificada para  $(b_f, t_f)$ . Deste modo, para uma viga bi-simétrica tem-se:

<u>Altura da alma</u>	<u>Área da alma</u>	<u>Área de cada banzo</u>	<u>Altura da secção referida à linha média dos banzos</u>
$d = h - 2t_f$	$A_w = dt_w$	$A_f = b_f t_f$	$h_w = d + t_f \approx d$

podendo definir-se o momento de inércia e o módulo de flexão relativos ao eixo “forte”, eixo  $y$ , por:

$$I_y = 2 \left( \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left( \frac{h_w}{2} \right)^2 \right) + \frac{t_w h_w^3}{12} \cong \frac{h_w^2}{2} \left( A_f + \frac{1}{6} A_w \right) \quad W_y = \frac{I_y}{\frac{h_w}{2}} \cong h_w \left( A_f + \frac{1}{6} A_w \right) \quad (2.1)$$

No dimensionamento dos banzos é necessário ter em consideração que estes são geralmente limitados com relações largura/espessura respetivas à Classe 3, ou até mesmo à Classe 2, por forma a que a consideração da encurvadura local não ocorra, pelo que, sabendo que estes elementos são sujeitos essencialmente a forças de compressão, se deve garantir que:

$$\frac{c}{t_f} \leq 14\varepsilon \quad , \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \text{ com } f_y \text{ em MPa} \quad (2.2)$$

sendo  $c$  a semi-largura do banzo considerado. Por sua vez, nomeadamente no caso da utilização de aços de alta resistência, as almas são regra geral dimensionadas para serem de Classe 4, com relações de esbelteza que excedem, por conseguinte, os limites da Classe 3, quer para a flexão, quer para o esforço transversal. Deste modo, a conceção e o dimensionamento destes elementos estruturais requer um conhecimento dos efeitos de encurvadura local dos painéis. Pretendendo realizar um dimensionamento sem a consideração dessa encurvadura local por flexão ou por esforço transversal, os seguintes limites de esbelteza da alma devem ser adotados (é de salientar, contudo, que estes limites podem ser transponíveis considerando de forma explícita no dimensionamento os fenómenos de encurvadura de placas envolvidos):

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 124\varepsilon \text{ para secções com banzos iguais, em flexão} \quad (2.3)$$

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \text{ para almas não reforçadas, ao corte e } \frac{h_w}{t_w} \leq 31 \frac{\varepsilon}{\eta} \sqrt{k_\tau} \text{ para almas reforçadas ao corte}$$

em que  $k_\tau$  é o coeficiente de encurvadura ao corte e  $\eta$  um coeficiente que permite ter em conta a reserva da resistência plástica além da tensão de cedência ao corte, o que se observa em almas pouco esbeltas. Uma discussão de cada um destes coeficientes é apresentada no Capítulo 3, conforme a norma EN 1993-1-5 [8]. Na Tabela 2.2 apresentam-se valores indicativos para o pré-dimensionamento de vigas de alma cheia quando se utilizam aços até S460. No caso da utilização de aços S690 não existem atualmente regras bem definidas, dado que a sua utilização se encontra ainda numa fase muito exploratória.

Tabela 2.2: Pré-dimensionamento de vigas de alma cheia – Larguras e espessuras para aços até S460 (adaptado de [19])

Utilização	Banzos		Almas	Aços
	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	Classe
Edifícios e estruturas especiais	300 a 800	30 a 60	8 a 18	S235, S275 e S355
Pontes	500 a 1200	40 a 150	12 a 25	S355 a S460

## 2.4.3. Dimensionamento dos reforços

### 2.4.3.1. Considerações gerais

O pré-dimensionamento dos reforços em placas de aço ou em vigas de alma cheia reforçadas deve ter em consideração os seguintes aspetos:

- i. Verificar a sua estabilidade;
- ii. Avaliar a sua resistência última;
- iii. Pormenorizar a sua ligação aos painéis.

Uma vez que se encontra fora do âmbito desta investigação uma análise detalhada de aspetos relacionados com o dimensionamento de reforços, apresentam-se simplesmente as características fundamentais para a conceção dos mesmos, relacionadas com a estabilidade e a resistência última dos reforços. Deste modo, interessa ter em consideração que o dimensionamento e a verificação da segurança destes elementos correspondem de uma forma geral à satisfação das condições de resistência e de rigidez dos mesmos.

Algumas regras de pré-dimensionamento são sugeridas para controlar o comportamento das placas na fase de pós-encurvadura local. Deste modo, apresentam-se as seguintes regras de pré-dimensionamento para a limitação da esbelteza dos banzos e das almas das secções de aço soldada [19]:

- Esbelteza dos banzos entre reforços longitudinais:

i. Em zonas comprimidas

$$b_i/t_f < 60$$

ii. Em zonas tracionadas

$$b_i/t_f < 100$$

- Esbelteza da placa de alma em vigas de alma cheia:

i. Almas “não reforçadas”

$$h_w/t_w < 100$$

ii. Almas apenas com reforços transversais

$$h_w/t_w < 200$$

iii. Almas com reforços longitudinais e transversais

$$h_w/t_w < 300$$

### 2.4.3.2. Reforços longitudinais

O principal objetivo da colocação de reforços longitudinais nas vigas de aço consiste no incremento da sua resistência última, fundamentalmente, através do aumento da estabilidade local da placa de alma da viga. Geralmente, os reforços são soldados apenas de um lado da placa, quer por razões funcionais

e de economia de soldadura, mas também porque permite facilitar a construção, sendo que, frequentemente, a decisão de reforçar a viga apenas de um lado da placa é meramente de índole estética. Embora muito menos comum, os reforços que constituem o painel reforçado de um banzo comprimido de uma viga caixão ou a alma de uma viga de alma cheia, podem ser soldados de forma simétrica à placa, sendo que estes, por sua vez, podem ser de secção aberta ou fechada (Figura 2.3).

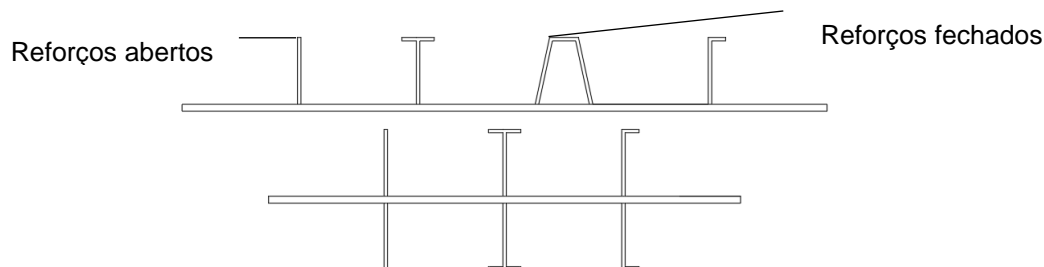


Figura 2.3: Reforços longitudinais assimétricos (em cima) e simétricos (em baixo), abertos e fechados

É de notar que o facto de se ter esta diversidade de soluções estruturais ao nível dos reforços longitudinais, requer o conhecimento sobre o desempenho que cada um pode oferecer à solução como um todo, conhecendo as características dos vários tipos de resoluções possíveis. É importante ter a noção de que, por exemplo, em reforços longitudinais de secção fechada, é possível tirar partido da sua rigidez de torção, algo que se pode considerar inexistente em reforços de secção aberta. Esta principal característica que está inerente às secções fechadas será discutida com maior detalhe, sendo de referir que, pela sua maior rigidez de torção, os reforços fechados são preferíveis em várias situações, nomeadamente como reforços longitudinais das almas ou mesmo dos banzos comprimidos de secções em caixão. Relativamente ao número de reforços admissível em vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente, é seguro afirmar que, regra geral, este varia entre 1, 2 ou 3 reforços de secção aberta ou fechada, sendo de salvaguardar que estes números são meramente indicativos do que é comum observar na construção metálica, nomeadamente ao nível das pontes de tirantes metálicas e mistas aço-betão. Contudo, é de referir que soluções com um número de reforços superior ao indicado são igualmente válidas do ponto de vista estrutural. Outro aspeto que apresenta uma importância acrescida no dimensionamento de vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente, refere-se à localização dos reforços na alma das vigas. Diversas soluções podem ser encontradas no posicionamento dos reforços em altura, desde a concentração de reforços longitudinais na zona de compressão da alma, até à sua disposição equidistante em altura da alma da viga ou no banzo comprimido de uma secção em caixão. A título de exemplo, considere-se uma viga reforçada longitudinalmente sujeita exclusivamente à flexão (Figura 2.4). O mais natural neste caso é colocar os reforços longitudinais na zona das compressões da placa, ou seja, na zona superior da alma da viga, se esta estiver sujeita a momentos fletores positivos.

Na conceção e dimensionamento dos reforços, as esbeltezas das placas que constituem os mesmos são escolhidas, geralmente, de modo a que o reforço seja de Classe 3 ou até mesmo de Classe 2, de modo a evitar que a encurvadura local do reforço possa agravar o problema da estabilidade do painel reforçado. Desta forma, e tendo em consideração os limites de esbelteza na norma EN 1993-1-1 [20] para as secções de Classe 3, podem adotar-se, como regras de pré-dimensionamento, as seguintes:

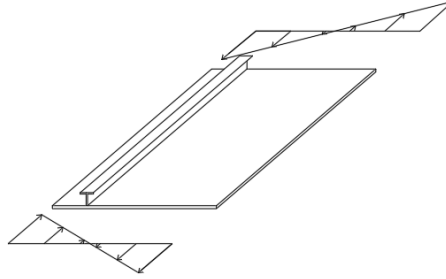


Figura 2.4: Placa reforçada longitudinalmente sujeita a momentos fletores positivos

- Reforços de secção aberta:  $\frac{b_s}{t_s} \leq 14\varepsilon$
  - Reforços de secção fechada:  $\frac{b_s}{t_s} \leq 42\varepsilon$
- (2.4)

em que  $b_s$  e  $t_s$  são respetivamente a largura e a espessura de cada uma das placas do reforço. Na Figura 2.5, apresentam-se as diferentes regras de dimensionamento consoante o tipo de geometria do reforço longitudinal. É comum utilizar reforços pertencentes à Classe 3, dado que permite desprezar a ocorrência de encurvadura local ao nível dos reforços longitudinais, embora a utilização de reforços de Classe 4 seja uma solução igualmente possível. Aliás, a utilização de aços de alta resistência e a tendência para a redução do número de reforços, faz com que o aumento das suas larguras e redução das espessuras das placas possa conduzir efetivamente à utilização de reforços da Classe 4, sendo que, nesse caso, a rigidez e resistência do reforço têm que ser obtidas a partir da sua secção efetiva.

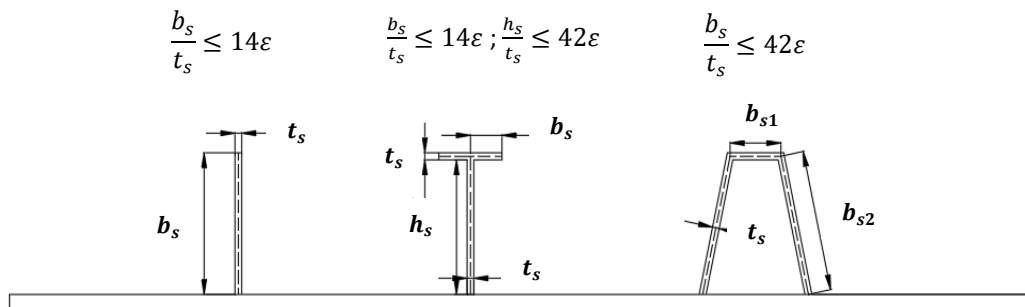


Figura 2.5: Esbeltezas de placas em reforços longitudinais

### 2.4.3.3. Reforços transversais

Para além dos reforços longitudinais, as almas destas vigas possuem ainda reforços transversais, dispostos simetricamente, maioritariamente de secção aberta, tendo como principal objetivo aumentar a estabilidade dos painéis da alma da viga. O fator de forma, que não é mais que a relação entre a distância entre reforços transversais,  $a$ , e a altura da alma da viga,  $h_w$ , é assim dado por:

$$\alpha = \frac{a}{h_w} \quad (2.5)$$

Os reforços transversais são normalmente dimensionados para serem de Classe 3, para evitar a possibilidade de ocorrer a sua encurvadura antes de atingirem a cedência.



### 3. FUNCIONAMENTO ESTRUTURAL DE PLACAS DE AÇO COM REFORÇOS LONGITUDINAIS

#### 3.1. Introdução

O presente capítulo tem como principal objetivo a apresentação das principais características de funcionamento estrutural de placas de aço reforçadas longitudinalmente de vigas de alma cheia. Refere-se a encurvadura local dos painéis quando sujeitos a esforços individualmente ou combinados, e a forma como a resistência dos painéis reforçados é avaliada na norma EN 1993-1-5 [8]. No [Anexo A](#) apresentam-se exemplos que permitem suportar a explicação. Optou-se por, nesta fase do estudo, analisar individualmente as resistências últimas das placas reforçadas longitudinalmente aos três esforços principais a que se encontram sujeitas na maioria dos casos: esforço normal (N), momento fletor (M) e esforço transversal (V). Desta forma, será possível avaliar o comportamento estrutural destes elementos quando sujeitos aos diferentes esforços atuando isoladamente, sendo que a discussão referente à atuação combinada dos mesmos é feita nos capítulos seguintes. Recorre-se a programas de análise para a avaliação da estabilidade elástica, nomeadamente ao EBPlate [21], e ao SAP2000 [22]. No entanto, salienta-se a necessidade de um conhecimento específico, nomeadamente sobre a ordem de grandeza das tensões críticas e dos modos de encurvadura, bem como do modo como devem ser consideradas as imperfeições geométricas e as tensões residuais nas análises não lineares a realizar.

#### 3.2. Encurvadura de placa

O funcionamento estrutural de placas de aço com reforços longitudinais envolve normalmente a consideração da sua encurvadura. Os modos de encurvadura elástica de painéis reforçados longitudinalmente são os seguintes (Figura 3.1):

- Modo local de encurvadura de placa entre os reforços longitudinais, correspondendo-lhe uma tensão crítica  $\sigma_{cr,loc}$  associada aos sub-painéis de largura  $b_i$ ;
- Modo de encurvadura global de coluna, em que os reforços encurvam juntamente com a placa, correspondendo-lhe uma tensão crítica  $\sigma_{cr,c}$ ;
- Modo global de encurvadura de placa reforçada, correspondendo-lhe uma tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$  determinada com base na teoria linear da estabilidade.

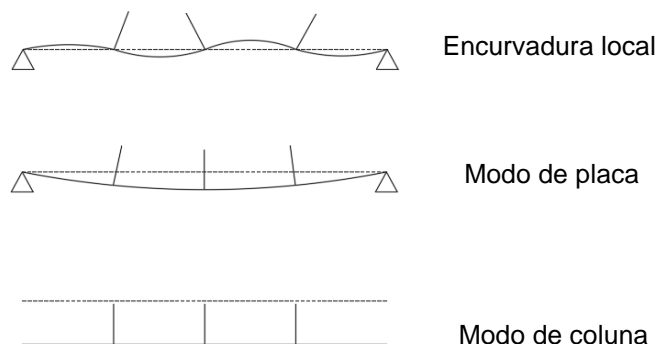


Figura 3.1: Modos de instabilidade elástica em painéis reforçados à compressão (adaptado de [19])

É importante referir ainda que existe uma distinção clara na regulamentação atual relativamente à quantificação destas tensões críticas, onde a análise da estabilidade elástica de painéis reforçados à compressão é, em geral, feita para os casos de:

- Um e dois reforços longitudinais;
- Três ou mais reforços longitudinais.

A razão desta distinção deve-se ao facto de, a partir de três reforços, ser possível adotar um modelo de placa ortotrópica de espessura uniforme em que os reforços são considerados apenas nas propriedades de ortotropia da placa, aproximação que não é aceite quando se têm um ou dois reforços, pelo que nesses casos a estabilidade da placa reforçada deve ser analisada considerando as condições de compatibilidade de deslocamentos entre a placa e os reforços.

### 3.2.1. Encurvadura local de placa entre reforços

O modo de encurvadura local associado aos painéis reforçados longitudinalmente corresponde ao apresentado na Figura 3.2, que ilustra um painel sujeito a forças de compressão uniforme. Verifica-se a encurvadura dos sub-painéis entre o reforço longitudinal e os bordos longitudinais da placa.

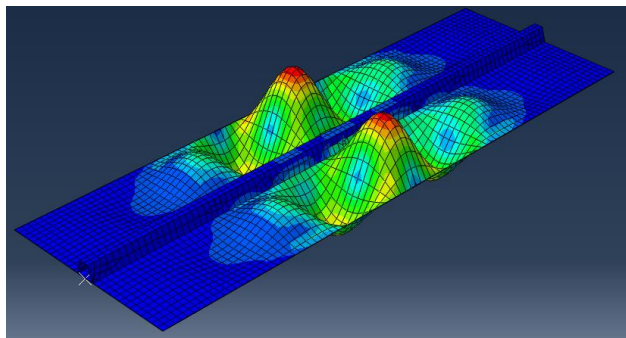


Figura 3.2: Modo de encurvadura local de placa entre reforços

A tensão crítica associada ao modo de instabilidade local entre reforços é dada por:

$$\sigma_{cr.loc} = k_{\sigma} \times \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \times \left(\frac{t_w}{b_i}\right)^2 \quad (3.1)$$

onde  $k_{\sigma}$  representa, neste caso, o coeficiente de encurvadura local dos sub-painéis, sendo este dependente da rigidez de torção dos reforços longitudinais. Quando se tem uma compressão uniforme ( $\psi = 1$ ), e desprezando a rigidez de torção dos reforços, o que corresponde à prática corrente quando se utilizam reforços abertos, tem-se que  $k_{\sigma} = 4$ . Este é, aliás, o valor fornecido pela norma EN 1993-1-5 [8] para uma placa sem reforços apoiada em todos os bordos. Desta forma, quando se atingir a tensão crítica  $\sigma_{cr.loc}$  os sub-painéis encurvam e, caso se despreze a rigidez de torção dos reforços longitudinais, verifica-se um modo local de encurvadura associado a um comprimento de semi-onda igual à distância entre os reforços  $b_i$ . Ou seja, caso se considerem os reforços unicamente como apoios elásticos fora do plano da placa, e sem qualquer rigidez de torção associada, o comprimento de encurvadura do painel será igual à distância entre estes “apoios”.

No entanto, embora se despreze normalmente na verificação da segurança a contribuição da rigidez de torção dos reforços longitudinais fechados, é claro que ela existe. Utilizam-se dois parâmetros adimensionais para analisar a estabilidade de placas com reforços longitudinais:

$$\gamma = \frac{EI_{sl}}{h_w D}, \quad \text{com} \quad D = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)} \quad \delta = \frac{A_{sl}}{h_w t_w} \quad (3.2)$$

onde  $\gamma$  define a rigidez de flexão relativa do reforço, ou seja, o rácio entre a rigidez do reforço e a rigidez da placa, e  $\delta$  a rigidez axial do reforço, i.e., a relação entre a área da secção do reforço e a área do elemento de placa. No que diz respeito ao cálculo da inércia e da área do reforço longitudinal,  $I_{sl}$  e  $A_{sl}$ , respetivamente, este deverá ser realizado com base na secção transversal do reforço que se ilustra na Figura 3.3, no caso de ser de secção fechada, sendo que o momento de inércia deverá ser calculado para a flexão em torno do eixo z, e no centro de gravidade do reforço e da porção de placa que lhe está associada, sendo  $b_{ss}$  e  $b_{si}$  o comprimento da parte superior e inferior do reforço longitudinal, respetivamente.

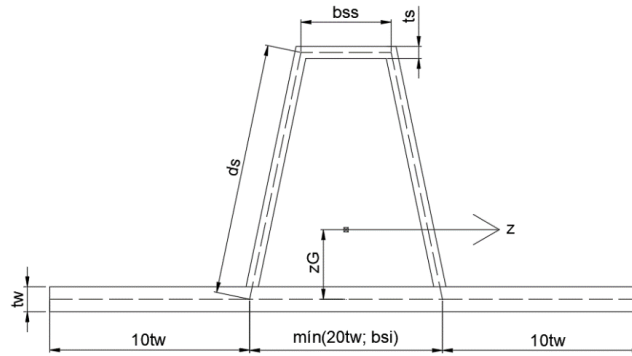


Figura 3.3: Secção transversal a considerar para o cálculo de  $I_{sl}$  e  $A_{sl}$

Caso se pretenda ainda fazer intervir a rigidez de torção dos reforços longitudinais, algo que, como já foi referido anteriormente, está inerente à utilização de reforços de secção fechada, define-se ainda o parâmetro de rigidez de torção relativa,  $\theta$ . No caso de uma secção fechada trapezoidal tem-se:

$$\theta = \frac{GJ_s}{Dh_w} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad J_s = \frac{4S_j^2}{P_j} \quad S_j = \left(\frac{b_{si} + b_{ss}}{2}\right) \times h_s \quad P_j = \frac{b_{ss}}{t_s} + \frac{b_{si}}{t_w} + \frac{2d_s}{t_s} \quad (3.3)$$

O cálculo da tensão crítica local da placa,  $\sigma_{cr.loc}$ , pode ser efetuado como disposto na EN 1993-1-5 [8], pela expressão indicada anteriormente na Eq. 3.1, podendo ser escrita na seguinte forma alternativa:

$$\bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr.loc}}} = \frac{b_i/t_w}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad \equiv \quad \sigma_{cr.loc} = \frac{f_y}{\left(\frac{b_i/t_w}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}}\right)^2} \cong \frac{190000 k_\sigma t_w^2}{b_i^2} \quad (3.4)$$

Deve referir-se ainda que a tensão crítica correspondente ao modo de encurvadura local entre reforços é sempre calculada através da expressão da Eq. 3.1, ou Eq. 3.4, independentemente do número de reforços longitudinais que a placa apresenta.

Tendo presente a metodologia de cálculo para a obtenção do valor da tensão crítica  $\sigma_{cr.loc}$ , é possível obter a correspondente esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_{loc}$ , bem como o fator de redução  $\rho_{loc}$ , necessários para a quantificação das secções efetivas locais dos sub-painéis e dos reforços. A esbelteza local de uma placa é dada por:

$$\bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr.loc}}} \quad (3.5)$$

Através deste parâmetro, é possível obter o fator de redução local da placa,  $\rho_{loc}$ , que, de acordo com o disposto na norma EN 1993-1-5 [8] pode ser obtido através de uma adaptação da fórmula proposta por Winter:

- Elementos internos submetidos à compressão (almas e banzos de seções em caixão):

$$\begin{aligned} i. \quad & \text{Se } \bar{\lambda}_{loc} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} & \rho_{loc} &= 1 \\ ii. \quad & \text{Se } \bar{\lambda}_{loc} > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} & \rho_{loc} &= \frac{\bar{\lambda}_{loc} - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_{loc}^2} \leq 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

- Elementos externos submetidos à compressão (banzos de vigas I):

$$\begin{aligned} i. \quad & \text{Se } \bar{\lambda}_{loc} \leq 0,748 & \rho_{loc} &= 1 \\ ii. \quad & \text{Se } \bar{\lambda}_{loc} > 0,748 & \rho_{loc} &= \frac{\bar{\lambda}_{loc} - 0,188}{\bar{\lambda}_{loc}^2} \leq 1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.2.2. Encurvadura global de coluna

O modo de encurvadura global do painel com reforços longitudinais – encurvadura global como coluna – corresponde ao caso limite em que os apoios longitudinais do painel lhe são removidos, ou a largura da placa é tão grande que a influência dos apoios laterais da placa é pouco sensível na zona central da placa reforçada.

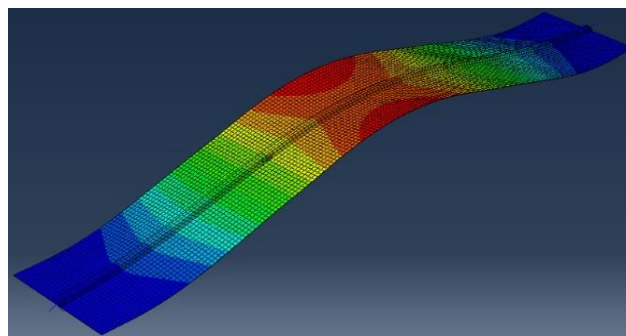


Figura 3.4: Modo de encurvadura global como coluna

Para o cálculo da tensão crítica associada a este modo de instabilidade,  $\sigma_{cr.c}$ , é utilizada a seguinte expressão:

$$\sigma_{cr.sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl.1}}{A_{sl.1} a^2} \quad (3.8)$$

onde  $A_{sl,1}$  e  $I_{sl,1}$  correspondem, respetivamente, à área e ao momento de inércia relativo à encurvadura para fora do plano do reforço longitudinal juntamente com as partes da placa metálica que lhe estão adjacentes.

A obtenção dos valores de  $A_{sl,1}$  e  $I_{sl,1}$  é feita de acordo com a norma europeia EN 1993-1-5 [8], onde para o efeito se deve recorrer à notação e expressões da Figura 3.5 para o cálculo desses parâmetros. Refira-se que este cálculo é efetuado para a secção bruta do painel ou viga de alma cheia reforçada longitudinalmente.

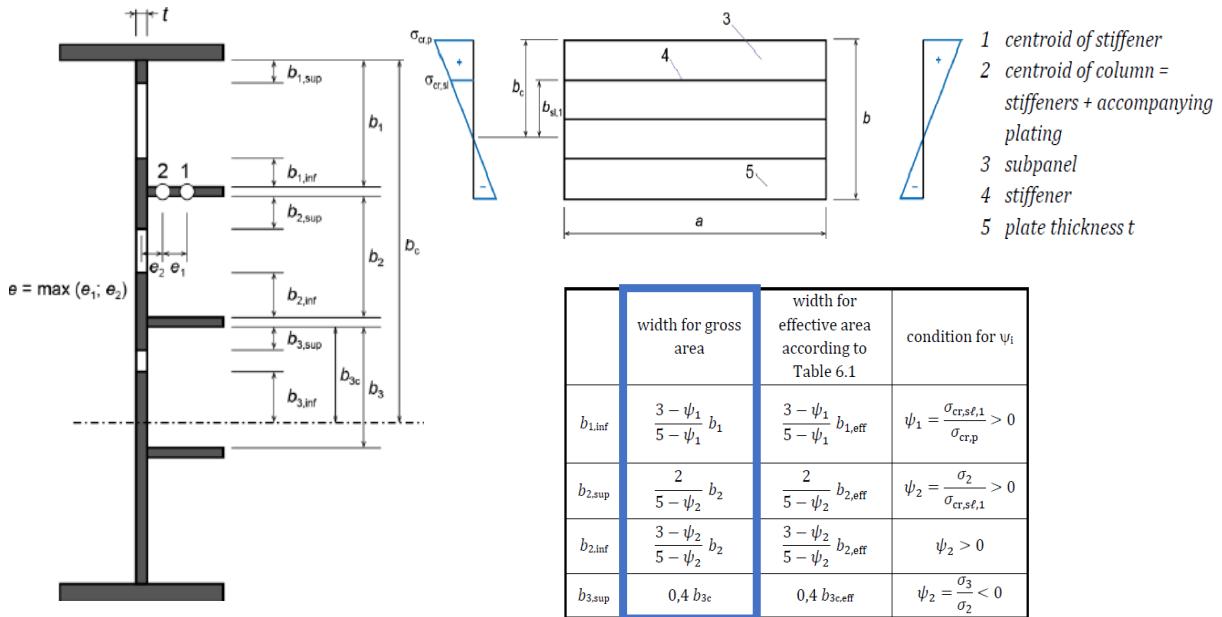


Figura 3.5: Notações relativas a placas reforçadas longitudinalmente (adaptado de [8])

Nas expressões acima, para  $b_{2,sup}$  utiliza-se a largura  $\frac{2}{5 - \psi_2} \times b_2$  ou  $0,4b_c$ , consoante o sub-painel esteja ou não totalmente comprimido, respetivamente, e onde  $\psi$  define a variação linear de tensões relevante para cada sub-painel. Deve referir-se que embora a equação Eq. 3.8 não seja afetada pelo número de reforços longitudinais, a utilização desta difere consoante os esforços a que o painel está sujeito. Desta forma, apresentam-se de seguida dois casos distintos:

- Painéis reforçados solicitados à compressão uniforme: corresponde à situação de atuação de um esforço axial ao nível de toda a secção transversal, o que ocorre no caso de placas de banzos comprimidos, estando assim sujeita ao mesmo nível de compressão ( $\psi = 1$ ). Neste caso, tem-se simplesmente que  $\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl}$ .
- Painéis reforçados solicitados a compressão linearmente variável: corresponde à situação de atuação de flexão na alma com ou sem esforço axial, onde se verifica a ocorrência de diferentes níveis de compressão ao longo da mesma. Neste caso tem-se  $\psi \neq 1$ , pelo que é necessário afetar essa equação por um fator de majoração para que  $\sigma_{cr,c}$  seja relativo à fibra mais comprimida da placa:

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl} \times \frac{b_c}{b_{sl,1}} \quad (3.9)$$

No caso particular em que a distância  $b_{sl.1}$  do reforço ao eixo neutro tende para zero, então  $\sigma_{cr.c}$  tende para infinito, na medida em que a encurvadura global de coluna não ocorre pelo facto do reforço não estar totalmente comprimido. Nesse caso, o modo condicionante é o modo de encurvadura local do sub-painel de largura  $b_1$ .

No caso de se verificar um modo de encurvadura global de coluna, estando o painel discretizado num conjunto de colunas isoladas, admitindo-se liberto dos seus bordos longitudinais, a tensão crítica  $\sigma_{cr.c}$  é obtida como apresentado anteriormente. A esta tensão corresponde uma esbelteza normalizada de coluna,  $\bar{\lambda}_c$ , e, a partir desta, obtém-se o fator de redução,  $\chi_c$ , que permite ter em consideração a redução da resistência da coluna equivalente quando encurva como coluna:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr.c}}} \quad \chi_c = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \quad \phi = 0,5 [\bar{\lambda}_c^2 + \alpha_c(\bar{\lambda}_c - 0,2) + 1] \quad (3.10)$$

Contudo, para finalizar o cálculo de  $\chi_c$ , é necessário proceder ao cálculo do parâmetro da imperfeição equivalente da placa,  $\alpha_c$ , e, conseqüentemente, definir o fator de imperfeição equivalente  $\bar{\alpha}$  que, como se sabe no caso de colunas, varia entre 0,13 (curva a) e 0,76 (curva d), sendo que deverá ser ajustado à coluna composta pelo reforço longitudinal com a largura efetiva da placa correspondente. Refere-se ainda que  $i$  representa o raio de giração do reforço longitudinal:

$$\alpha_c = \bar{\alpha} + \frac{0,09 e}{i} \quad , \quad \bar{\alpha} = 0,34, \text{ para reforços fechados (curva b)} \quad i = \sqrt{\frac{I_{sl.1}}{A_{sl.1}}} \quad (3.11)$$

$$, \quad \bar{\alpha} = 0,49, \text{ para reforços abertos (curva c)}$$

Nesta expressão intervém a excentricidade do reforço da placa reforçada, dada por  $e$ , como sendo a maior das distâncias entre o centro de gravidade do reforço isolado,  $G_{st}$ , e o centro de gravidade da secção “coluna” (i.e. do reforço e da placa que lhe está associada),  $G_{sl}$ , ou entre este último e a linha média da placa,  $G_p$ , i.e.,  $e = \max(e_1; e_2)$ .

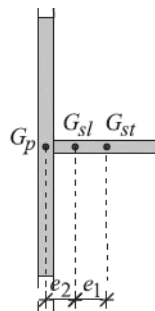


Figura 3.6: Definição das distâncias  $e_1$  e  $e_2$  [23]

### 3.2.3. Encurvadura global de placa

A encurvadura global dos painéis reforçados corresponde à encurvadura conjunta do painel com os reforços longitudinais (Figura 3.7). Existem diferentes formas para o cálculo da tensão crítica associada a este modo consoante o número de reforços longitudinais de que a placa dispõe,  $\sigma_{cr.p}$ . A calibração das larguras efetivas para ter em conta este tipo de encurvadura na EN 1993-1-5 [8] foi desenvolvida com base em resultados de ensaios de placas com reforços abertos, sem ter por isso em consideração a contribuição da rigidez de torção dos reforços.

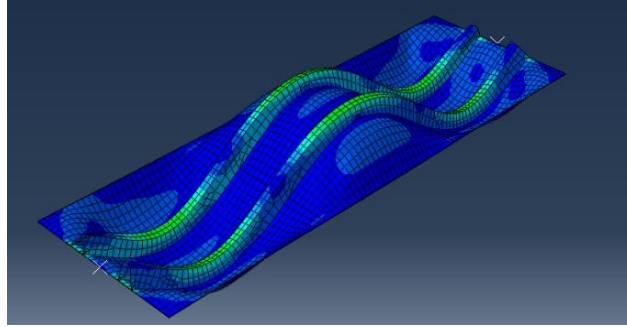


Figura 3.7: Modo de encurvadura global de placa

### 3.2.3.1. Painéis com um ou dois reforços à compressão uniforme

No caso de painéis reforçados com um ou dois reforços longitudinais localizados na zona de compressão, tendo para uma compressão uniforme  $\psi = 1$ , a tensão crítica de encurvadura  $\sigma_{cr.p}$  é calculada de acordo com a seguinte expressão, onde reforços que se encontrem na zona de tração devem ser ignorados:

$$\sigma_{cr.p} = \sigma_{cr.sl} = \frac{1,05 E}{A_{sl.1}} \times \frac{\sqrt{I_{sl.1} t_w^3 h_w}}{b_I b_{II}} \quad \text{para } a \geq a_c$$

$$\sigma_{cr.p} = \sigma_{cr.sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl.1}}{A_{sl.1} a^2} + \frac{E t_w^3 h_w a^2}{4\pi^2 (1 - \nu^2) A_{sl.1} b_I^2 b_{II}^2} \quad \text{para } a < a_c$$

$$a_c = 4,33 \times \sqrt[4]{\frac{I_{sl.1} b_I^2 b_{II}^2}{t_w^3 h_w}} \quad (3.12)$$

Embora o método de cálculo seja bastante semelhante para ambos os casos, é importante notar que a quantificação dos parâmetros  $b_I$  e  $b_{II}$  é dependente do número de reforços que se encontrem na zona comprimida da placa. Nesse sentido, no caso de existir apenas um reforço longitudinal,  $b_I$  e  $b_{II}$  serão então as distâncias desde os limites longitudinais da alma até ao reforço longitudinal, devendo ter-se  $b_I + b_{II} = h_w$ . Por sua vez, no caso de uma placa reforçada com dois reforços longitudinais na zona comprimida da alma, deve considerar-se ambas as possibilidades de encurvadura de um único reforço, onde o outro é considerado como um apoio, tendo-se nesse caso  $B^* = \frac{2}{3} h_w$ , ou a situação de encurvadura de ambos os reforços em simultâneo, onde a metodologia de cálculo é idêntica à anterior, com  $B^* = h_w$ . Em qualquer das situações  $b_I^* = b_{II}^* = \frac{B^*}{2}$ . Deve notar-se que a situação descrita se refere aos casos de reforços longitudinais igualmente espaçados entre si, pelo que estes parâmetros deverão ser devidamente reformulados em situações onde se verifique uma outra disposição dos reforços longitudinais. Por último, considera-se  $\sigma_{cr.p} = \sigma_{cr.sl.min}$  obtido para a encurvadura de cada um dos sub-painéis ou para a encurvadura do painel reforçado.

### 3.2.3.2. Painéis com um ou dois reforços com compressão linearmente variável

No caso de um painel com um ou dois reforços submetido a compressão linearmente variável resultante da flexão, o problema de estabilidade cinge-se essencialmente à zona comprimida do painel de alma. A utilização desta solução em vigas de alma cheia retarda, ou evita mesmo, a encurvadura da alma e, desta forma, melhora o seu comportamento estrutural através do aumento da sua resistência à flexão. A EN 1993-1-5 [8] adota um modelo simplificado para a análise de placas reforçadas com um ou dois

reforços longitudinais. Neste modelo, e tal como referido anteriormente, os reforços que se encontrem na zona tracionada da alma são ignorados, e a placa reforçada é substituída por uma coluna fictícia sobre uma fundação elástica cuja rigidez é dada pela rigidez de flexão transversal da placa. No que diz respeito aos cálculos iniciais a efetuar nesta situação, as equações a utilizar são as mesmas que foram apresentadas na secção anterior quando se abordaram os painéis com um ou dois reforços sujeitos à compressão uniforme, Eq. 3.12. A diferença apenas se refere ao cálculo explícito da tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$ , uma vez que, como  $\psi \neq 1$ , e tal como se verificou anteriormente para o caso do modo de encurvadura global como coluna de painéis com um ou dois reforços sujeitos a compressão linearmente variável, também aqui é necessário afetar a carga crítica do painel por um fator de majoração para que  $\sigma_{cr,p}$  seja relativo à fibra mais comprimida da placa. Tem-se então que:

$$\sigma_{cr,p} = \sigma_{cr,sl} \times \frac{b_c}{b_{sl,1}} \quad (3.13)$$

Verifica-se que quando a distância  $b_{sl,1}$  do reforço ao eixo neutro tende para zero, então  $\sigma_{cr,p}$  tende para infinito, o que corresponde a considerar que a encurvadura global como placa reforçada não ocorre pelo facto do reforço não estar totalmente comprimido. Nesse caso, o modo condicionante é o modo de encurvadura local do sub-painel de largura  $b_1$ . De notar que o mesmo acontece se a largura do sub-painel comprimido  $b_1$  tender para zero. Nesse caso,  $a_c$  tenderia igualmente para zero e, conseqüentemente,  $\sigma_{cr,sl}$  para infinito. Essa situação corresponderia a não ter alma comprimida caso em que a encurvadura não podia ocorrer, o que por vezes ocorre nas secções transversais de vão das vigas mistas em que a linha neutra por vezes está localizada na transição da alma com o banzo superior.

### 3.2.3.3. Painéis com múltiplos reforços

Para a análise de placas reforçadas com três ou mais reforços longitudinais, e tal como foi referido, deve ser seguido o conceito de placa ortotrópica equivalente, sendo as propriedades de ortotropia definidas com base na distribuição das propriedades de área e inércia dos reforços pela distância entre eles. Com base neste modelo, a EN 1993-1-5 [8] fornece a expressão para o cálculo da tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$  desde que se garanta que: i) os painéis reforçados apresentam um fator de forma  $\alpha = \frac{a}{h_w} \geq 0,5$ , ii) têm três ou mais reforços longitudinais igualmente espaçados entre si, iii) estão simplesmente apoiados nos quatro bordos, e iv) se encontram submetidos a uma distribuição de tensões de compressão tal que  $\psi > 0,5$ . Garantindo estas condições, a Eq. 3.14 deve ser utilizada:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \times \sigma_E \quad \sigma_E = \frac{\pi^2 E t_w^2}{12 (1 - \nu^2) h_w^2} \quad (3.14)$$

sendo o valor do coeficiente de encurvadura  $k_{\sigma,p}$  obtido pela Eq. 3.15, onde  $\gamma^*$  e  $\delta^*$  são os parâmetros de inércia e área relativa, e  $I_{sl}$  e  $A_{sl}$  representam, respetivamente, o momento de inércia do painel reforçado e a soma das áreas de todos os reforços longitudinais. De referir ainda que nestes cálculos se deve considerar a área bruta da secção transversal do elemento metálico, com  $I_p$  e  $A_p$  a representarem o momento de inércia da placa sem reforços e a área total da placa, respetivamente:



$$\begin{aligned}
k_{\sigma.p} &= \frac{2[(1 + \alpha^2)^2 + \gamma^* - 1]}{\alpha^2 (\psi + 1)(1 + \delta^*)} & \text{se } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma^*} & \quad \gamma^* = \frac{I_{sl}}{I_p} & \quad I_p = \frac{h_w t_w^3}{12(1 - \nu^2)} \\
k_{\sigma.p} &= \frac{4(1 + \sqrt{\gamma^*})}{(\psi + 1)(1 + \delta^*)} & \text{se } \alpha > \sqrt[4]{\gamma^*} & \quad \delta^* = \frac{A_{sl}}{A_p} & \quad A_p = h_w t_w
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Por último, é importante salientar que as Eq. 3.15 foram deduzidas para reforços abertos, verificando-se serem conservativas quando se utilizam reforços fechados. Para além disso, pressupõem uma solução que contemple reforços de um só dos lados da placa.

### 3.2.3.4. Esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_p$ e fator de redução $\rho$

À semelhança do que se apresentou anteriormente para a esbelteza normalizada e para o fator de redução do modo de encurvadura local entre reforços, a placa reforçada ortotrópica possui uma tensão crítica dada por  $\sigma_{cr.p}$ , à qual corresponde uma esbelteza normalizada definida por:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr.p}}} \tag{3.16}$$

A adaptação da fórmula de Winter continua a ser válida neste caso de acordo com as Eqs. 3.6. e 3.7, substituindo os parâmetros  $\bar{\lambda}_{loc}$  e  $\rho_{loc}$  por  $\bar{\lambda}_p$  e  $\rho$ , respetivamente. A EN 1993-1-5 [8] apresenta uma outra curva para obter o fator de redução  $\rho$ , aplicável ao caso de painéis reforçados com reforços fechados em que se considera a rigidez de torção dos reforços no cálculo da tensão crítica do painel. Esta formulação, apresentada no âmbito da aplicação do método da tensão reduzida (ver [Cap. 3.3.1](#)), não é adotada neste estudo.

### 3.2.4. Interpolação entre modos de encurvadura

A interpolação entre os diferentes modos de encurvadura de uma placa tem sido investigada de forma detalhada [24]. No caso de placas reforçadas longitudinalmente submetidas à compressão, os modos de encurvadura de placa são estáveis no regime elástico pós-crítico, mas o modo de encurvadura global como coluna, ao qual está associada a tensão crítica  $\sigma_{cr.c}$ , não tem praticamente reserva de resistência pós-crítica. Como consequência, a interpolação que ocorre entre os três modos de encurvadura de uma placa reforçada tem de ser devidamente avaliada. Esta interpolação conjuga o modo de placa com o modo de coluna. Para o avaliar deve utilizar-se um novo parâmetro denominado coeficiente de interpolação  $\rho_c$ , que não é mais do que um coeficiente de redução associado à interpolação entre modos de encurvadura. Deste modo, o painel considerado como uma placa reforçada, em que o modo de placa e o modo de coluna interatuam, conduz a uma capacidade de carga obtida a partir dos coeficientes de redução  $\rho$ , do modo de encurvadura global como placa reforçada, e do coeficiente de redução  $\chi_c$ , do modo de encurvadura global como coluna. Este parâmetro de interpolação  $\rho_c$  é assim função da relação entre as tensões críticas  $\sigma_{cr.p}$  e  $\sigma_{cr.c}$ , sendo obtido de acordo com a EN 1993-1-5 por:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \quad , \quad \xi = \frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 \quad 0 \leq \xi \leq 1 \tag{3.17}$$

Como normalmente se tem  $\sigma_{cr,p} > \sigma_{cr,c}$ , então pode concluir-se que  $\chi_c < \rho_c < \rho$ . Desta expressão é possível verificar que a resistência última do painel reforçado pode ser sempre determinada, de forma bastante conservativa, fazendo simplesmente  $\rho_c = \chi_c$ . Esta forma consiste em admitir, simplificada, que se despreza o modo de encurvadura global como placa reforçada, tomando-se a resistência última do elemento considerando apenas uma coluna isolada constituída pelo reforço e pela largura efetiva da placa que lhe está associada. Na figura seguinte, Figura 3.8, encontra-se representado o andamento do coeficiente de interpolação  $\rho_c$  em função do parâmetro adimensional  $\xi$ , podendo-se ter três situações:

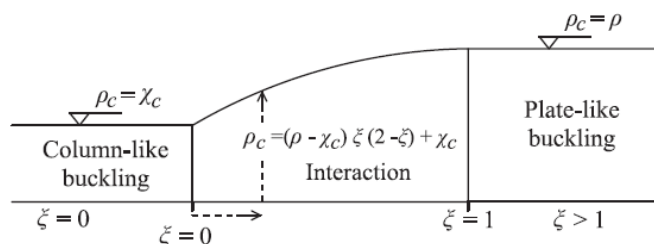


Figura 3.8: Interpolação entre o modo de placa reforçada e o modo coluna [23]

- Se  $\xi > 1$ , tem-se que  $\rho_c = \rho$ , ou seja, conclui-se que o modo de encurvadura global como coluna não é condicionante, sendo a resistência última do painel dada pelo modo de encurvadura global como placa reforçada, com tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$ . Trata-se normalmente do caso de placas longas e estreitas em que se tem  $\sigma_{cr,p} > 2\sigma_{cr,c}$ .
- Caso se tenha  $0 \leq \xi \leq 1$ , então é necessário considerar a interpolação entre os modos de coluna e de placa, obtendo-se um coeficiente de redução  $\chi_c < \rho_c < \rho$ . Trata-se normalmente do caso de placas aproximadamente quadradas com reforços longitudinais, em que se tem  $\sigma_{cr,c} \leq \sigma_{cr,p} \leq 2\sigma_{cr,c}$ .
- Por último, no caso de uma placa muito larga, pode verificar-se que  $\sigma_{cr,p} \approx \sigma_{cr,c}$  e, nesse caso,  $\xi = 0$ , o que corresponde a tomar um coeficiente de redução  $\rho_c = \chi_c$ .

### 3.3. Resistência última de uma placa reforçada

Pretende-se agora apresentar de uma forma pormenorizada a metodologia de cálculo para as resistências últimas de uma placa de aço com reforços longitudinais submetida separadamente a esforços de compressão, flexão e esforço transversal, obtidos através da norma EN 1993-1-5 [8]. No Anexo A são apresentados exemplos práticos para facilitar a aplicação da formulação definida. A resistência última de uma placa submetida aos esforços combinados, aplicando a EN 1993-1-5, é referida na sequência.

#### 3.3.1. Considerações iniciais

O dimensionamento estrutural de vigas de alma cheia com reforços longitudinais pode ser feito de acordo com a norma europeia EN 1993-1-5 seguindo um de dois métodos de análise distintos:

- Método da largura efetiva (EWM = *Effective Width Method*)
- Método da tensão reduzida (RSM = *Reduced Stress Method*)

Em Portugal, tal como na maioria dos países da Europa, o método da largura efetiva é o escolhido para a avaliação da resistência última de painéis de aço reforçados, sendo por isso este o método utilizado neste trabalho.

Este método tem a grande vantagem de considerar o efeito da redistribuição de tensões não linear que ocorre após a encurvadura local da placa de alma para os banzos, no comportamento estrutural da placa reforçada e na sua capacidade de carga última. Para tal recorre-se ao conceito de largura efetiva do painel definido em seguida.

### 3.3.2. Conceito de largura efetiva

O conceito de largura efetiva nasce da observação de que a distribuição de tensões ao longo de uma placa ou viga metálica apresenta, muitas vezes, distribuições não uniformes (Figura 3.9). Este andamento não uniforme das tensões, geralmente verificando-se a ocorrência de tensões máximas nos bordos longitudinais e de tensões mínimas na parte central do painel, foi primeiro referido por von Karman et al [25]. Definiu-se assim o conceito de largura efetiva  $b_{eff}$  de uma placa que corresponde “à largura de uma placa fictícia sujeita a uma distribuição uniforme de tensões, de valor  $\sigma$  e estaticamente equivalente à distribuição efetivamente instalada na placa real”. Para uma melhor compreensão do conceito, a Figura 3.10 apresenta o conceito de largura efetiva, devendo sempre ter-se por equilíbrio

$$b_{eff} \times \sigma_{m\acute{a}x} = \int_0^b \sigma(x) dx.$$

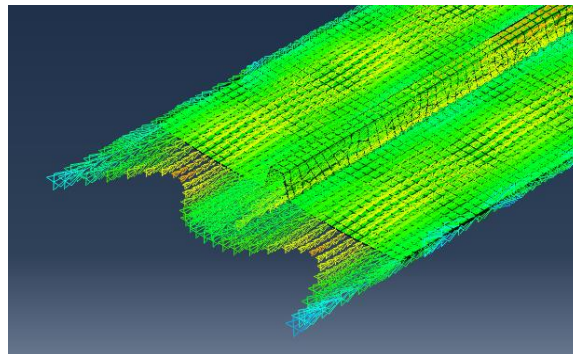


Figura 3.9: Distribuição de tensões não uniformes numa placa reforçada submetida a compressão uniforme

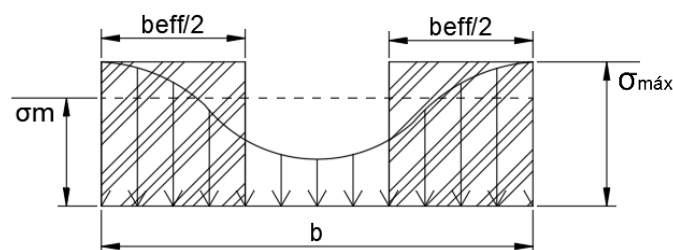


Figura 3.10: Conceito de largura efetiva de uma placa (adaptado de [19])

### 3.3.3. Painéis sob compressão uniforme – Esforço Normal (N)

Na Figura 3.11 apresenta-se uma placa com um reforço longitudinal submetida a uma distribuição de tensões normais uniforme ao longo dos bordos transversais  $x = 0$  e  $x = a$ , cuja resultante quando o painel atinge a sua resistência última de dimensionamento, corresponde ao esforço normal resistente de compressão de cálculo do painel,  $N_{b,Rd}$ .

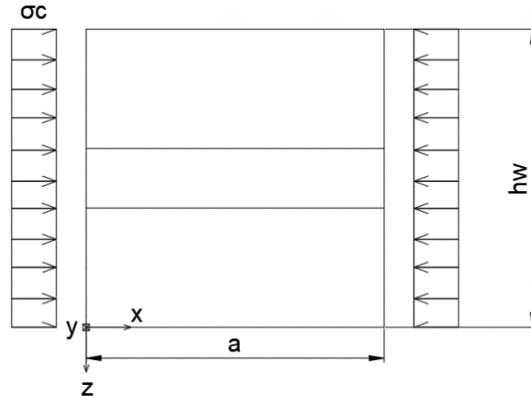


Figura 3.11: Placa metálica reforçada sujeita a compressão uniforme

De acordo com a EN 1993-1-5 [8], o esforço normal resistente de cálculo de uma placa reforçada,  $N_{b.Rd}$ , é obtido tendo em consideração a secção efetiva da placa por:

$$N_{b.Rd} = \frac{A_{c.eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad A_{c.eff} = \rho_c A_{c.eff.loc} + \sum b_{edge.eff} t_w \quad (3.18)$$

$$A_{c.eff.loc} = \sum_i (A_{sl.eff} + \rho_{loc} b_{c.loc} t_w) \quad A_{sl.eff} = \rho_{loc} A_{sl}$$

onde  $b_{edge.eff} = \frac{b_{eff}}{2}$ ,  $A_{c.eff.loc}$  representa uma área composta pelas secções efetivas de todos os reforços longitudinais e sub-placas, à exceção das partes efetivas apoiadas nos bordos longitudinais, e com  $A_{sl.eff}$  a representar a zona das secções efetivas de cada reforço analisado individualmente, cuja secção bruta pode ser representada por  $A_{sl}$ , com  $i$  a ser o número de reforços longitudinais que a placa apresenta.

As esbeltezas normalizadas de coluna  $\bar{\lambda}_c$  e de placa reforçada  $\bar{\lambda}_p$  são obtidas pelas Eq. 3.10 e Eq. 3.16. Para ter em consideração as áreas efetivas associadas à encurvadura local dos sub-painéis, caso estes não sejam totalmente efetivos, as esbeltezas normalizadas devem ser obtidas pelas expressões seguintes:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{N_y}{N_{cr.c}}} = \sqrt{\frac{A_{c.eff.loc} f_y}{A_c \sigma_{cr.c}}} = \sqrt{\frac{\beta_{A.c} f_y}{\sigma_{cr.c}}} \quad \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{N_y}{N_{cr.p}}} = \sqrt{\frac{A_{c.eff.loc} f_y}{A_c \sigma_{cr.p}}} = \sqrt{\frac{\beta_{A.c} f_y}{\sigma_{cr.p}}} \quad (3.19)$$

em que se introduz um novo coeficiente,  $\beta_{A.c}$ , dado pela Eq. 3.20, que traduz a relação entre a área efetiva correspondente a  $A_c$  reduzida pelo fator  $\rho_{loc}$  ( $A_{c.eff.loc}$ ), e a área bruta da placa constituída por todos os sub-painéis intermédios, excluindo apenas as áreas dos sub-painéis laterais adjacentes aos banzos, no caso, por exemplo, de uma viga de alma cheia reforçada longitudinalmente ( $A_c$ ).

$$\beta_{A.c} = \frac{A_{c.eff.loc}}{A_c} \quad (3.20)$$

### 3.3.4. Painéis sob compressão variável – Momento Fletor (M)

O cálculo da resistência última de painéis reforçados sob compressão variável, como é o caso das almas com reforços longitudinais em vigas de alma cheia quando solicitadas a um momento fletor, é em tudo semelhante ao que foi descrito na secção anterior (Cap. 3.3.3). No entanto, e como já foi referido, tanto a tensão crítica de coluna,  $\sigma_{cr,c}$ , como a tensão crítica de placa,  $\sigma_{cr,p}$ , são relativas à tensão crítica no bordo mais comprimido da placa.

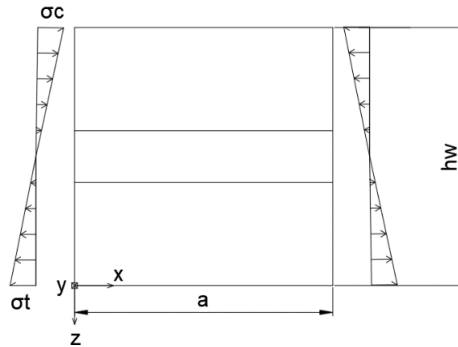


Figura 3.12: Placa metálica reforçada sujeita a compressão variável

Para efeitos da contabilização do momento fletor resistente do painel, na definição da área  $A_c$ , a partir da qual se define a área efetiva  $A_{c,eff,loc}$ , apenas é contabilizada a área da secção localizada na zona comprimida. Por sua vez, para efeitos de cálculo da resistência última à flexão, é necessário não só obter o coeficiente de redução  $\rho_c$  e a largura efetiva correspondente da zona comprimida da alma, como de seguida distribuir esta largura efetiva conforme a Figura 3.5, baseada na norma EN 1993-1-5 [8]. O correspondente momento fletor resistente de cálculo segundo a direção y da placa metálica reforçada longitudinalmente é dado por:

$$M_{eff,y} = \frac{W_{el,eff,y} \times f_y}{\gamma_{M1}} \quad W_{el,eff,y} = \frac{I_{eff,y}}{\max(y_{sup}; y_{inf})} \quad (3.21)$$

onde  $W_{el,eff,y}$  representa o módulo de flexão efetivo da secção,  $I_{eff,y}$  o momento de inércia segundo y da mesma secção, e  $y_{sup}$  e  $y_{inf}$  as distâncias desde os bordos longitudinais ao centro de gravidade da secção transversal efetiva.

### 3.3.5. Resistência última da alma ao esforço transversal (V)

A quantificação da resistência última de placas reforçadas longitudinalmente ao esforço transversal tem uma metodologia de cálculo baseada no método do campo de tensões rodado, conforme definido na norma europeia EN 1993-1-5. Interessa de forma sumária apresentar o comportamento “físico” de uma placa submetida a um campo de tensões de corte puro a que se segue a introdução do cálculo explícito da resistência última de placas reforçadas ao esforço transversal, para o que é necessário definir a tensão crítica  $\tau_{cr}$ . Nos exemplos que se encontram no Anexo A é possível a aplicação a diversos casos. De referir que só é necessário avaliar a resistência das almas à encurvadura por esforço transversal quando se tiver uma placa com esbelteza superior a:

$$\text{Placa com reforços:} \quad \frac{h_w}{t_w} > 31 \frac{\epsilon}{\eta} \sqrt{k_\tau} \quad \text{Placa sem reforços:} \quad \frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\epsilon}{\eta}$$

### 3.3.5.1. Modelo físico do comportamento estrutural

Na Figura 3.13 apresenta-se o modelo de rotura de uma viga de secção soldada de alma cheia submetida a um campo de tensões de corte puro.

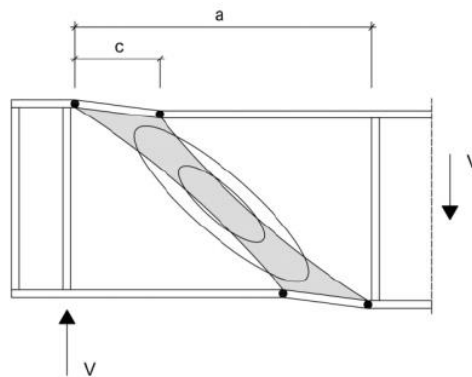


Figura 3.13: Modelo de rotura de uma viga de secção soldada de alma cheia submetida a um campo de tensões de corte puro [23]

Quando um painel é solicitado ao esforço transversal, e após ocorrer a encurvadura local da alma, verifica-se a formação de um campo diagonal de tração. Ora, o efeito deste campo, por sua vez, origina forças segundo as chamadas diagonais de tração que, naturalmente, para que o equilíbrio seja possível, necessitam de ser ancoradas nas extremidades, pelo que dependem inevitavelmente das condições de fronteira da alma.

Ao longo das últimas décadas, diferentes modelos têm sido propostos para representar, da melhor maneira possível, o campo de tensões que se verifica numa alma solicitada ao esforço transversal. O primeiro modelo foi proposto por Basler em 1961, que basicamente correspondia a admitir um campo diagonal de tração que não se ancorava sobre os banzos da viga. A seguir a este modelo muitos outros foram propostos, sendo o modelo proposto inicialmente por Hogund em 1971 a base da formulação atual da EN 1993-1-5 [8]. A grande diferença entre estes dois modelos assenta na forma como é ancorado o campo diagonal de tração, que, no último modelo, se considera parcialmente ancorado nos banzos ao longo de um comprimento  $c$ , ao contrário do que sucede na proposta de Basler, onde se considera  $c = 0$ . Deste modo, a Figura 3.13 representa o modelo desenvolvido por Hogund, onde o mecanismo de quadro que se verifica no estado limite último de esforço transversal de uma viga de alma cheia, resulta da formação de quatro rótulas plásticas nos banzos na zona onde é ancorado o campo diagonal de tração, em que  $c$  corresponde à distância entre essas rótulas plásticas, tal como é ilustrado na Figura 3.13.

### 3.3.5.2. Esforço transversal resistente em vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente

A resistência última ao esforço transversal de uma viga de alma cheia, independentemente se ser reforçada ou não, é dada fundamentalmente pela resistência última ao esforço transversal da alma, visto que a contribuição dos banzos é relativamente pequena, sendo por isso muitas vezes desprezada. Quando se utilizam reforços longitudinais nas vigas de alma cheia, a alma passa a ter maior resistência ao esforço transversal dado que “atrasa” a encurvadura dos painéis da alma. De acordo com a EN 1993-1-5 a resistência última de cálculo da alma ao esforço transversal é dada por:

$$V_{b.Rd} = V_{bw.Rd} + V_{bf.Rd} \leq V_{plw.Rd} \qquad V_{plw.Rd} = \eta \times \frac{h_w t_w f_y}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}} \quad (3.22)$$

onde  $V_{bw.Rd}$  representa a resistência última da placa da alma, independentemente se reforçada ou não, e que inclui as contribuições pré-crítica e pós-crítica associadas a  $\tau_{cr}$  e ao campo diagonal de tração, e  $V_{bf.Rd}$  a contribuição dos banzos, resultante do mecanismo de quadro apresentado anteriormente. Note-se que, naturalmente, o valor de  $V_{b.Rd}$  deve estar sempre limitado à resistência plástica da alma, representada por  $V_{plw.Rd}$ , onde o parâmetro  $\eta$  permite considerar o efeito de endurecimento do aço em placas pouco esbeltas, o que se traduz num aumento substancial da resistência plástica da placa reforçada. Relativamente aos valores que este coeficiente  $\eta$  pode tomar, a EN 1993-1-5 [8] define em função da qualidade do aço:

- $\eta = 1,2$  para  $f_y \leq 460 \text{ MPa}$
- $\eta = 1$  para  $f_y > 460 \text{ MPa}$

embora estes valores possam ser redefinidos de acordo com os Anexos Nacionais. Na presente investigação, dado que se utiliza um aço de alta resistência S690, utiliza-se  $\eta = 1$ .

### i) Contribuição da alma $V_{bw.Rd}$

O valor da contribuição da alma é obtido por:

$$V_{bw.Rd} = \chi_w \times \frac{h_w t_w f_y}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}} \quad (3.23)$$

em que  $\chi_w$  é o fator de redução do esforço transversal de cedência da alma, dado em função da sua esbelteza normalizada,  $\bar{\lambda}_w$ , de acordo com a Tabela 3.1, adaptada da EN 1993-1-5:

Tabela 3.1: Fator de redução para ter em conta a encurvadura de almas ao corte  $\chi_w$

$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{\tau_y}{\tau_{cr}}}$	Reforços de extremidade não rígidos	Reforços de extremidade rígidos e todos os painéis interiores
$\bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta}$	$\eta$	$\eta$
$\frac{0,83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1,08$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$
$\bar{\lambda}_w \geq 1,08$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$	$\frac{1,37}{0,7 + \bar{\lambda}_w}$

Deve referir-se ainda que a norma considera que no caso de painéis de alma reforçados longitudinalmente com reforços de secção fechada, com conexão destes reforços com os reforços de extremidade e com os reforços transversais ao longo do comprimento da placa metálica ou viga de alma cheia, os reforços de extremidade poderão ser sempre considerados como rígidos. Da análise da tabela, existe a distinção entre almas com reforços de extremidade rígidos, e almas com reforços de

extremidade não rígidos, ou seja, consoante seja ou não possível garantir com maior eficácia a ancoragem do campo diagonal de tração no painel de extremidade.

Refira-se igualmente o facto de apenas se registarem diferenças entre estes dois tipos de painéis de extremidade, e conseqüentemente na obtenção do coeficiente de redução  $\chi_w$ , para almas mais esbeltas, com  $\bar{\lambda}_w \geq 1,08$ , uma vez que é nestas que a parcela pós-crítica de resistência ao esforço transversal é mais significativa. No caso em que se verificarem almas pouco esbeltas, com  $\bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta}$ , ou de esbelteza intermédia, com  $\frac{0,83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w \leq 1,08$ , a obtenção do coeficiente  $\chi_w$  é independente da rigidez dos reforços de extremidade.

Para obter o coeficiente de redução é necessário o cálculo da esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_w$ . Para isso, e uma vez que o estudo é referente a placas reforçadas longitudinalmente, torna-se necessário compreender a influência destes reforços no comportamento estrutural da alma, nomeadamente no valor a tomar para a tensão crítica  $\tau_{cr}$ . Note-se que os reforços transversais deverão ser rígidos, dividindo bem os painéis de alma. Assim têm-se dois cenários possíveis:

- Se a placa tiver reforços longitudinais rígidos, como é o caso dos reforços de secção fechada, o coeficiente  $k_\tau$  a considerar deve ser aquele a que corresponde o painel com maior esbelteza  $\frac{b_i}{t_w}$ , com  $b_i$  a representar a altura do painel. Assim, no caso de um único reforço longitudinal, deve ser considerado para o cálculo de  $k_\tau$  aquele que tiver maior esbelteza de entre os seguintes:
  1. Painel com altura  $h_w$
  2. Sub-painel 1 com altura  $b_1$
  3. Sub-painel 2 com altura  $b_2$
- Se os reforços longitudinais não forem rígidos, como é o caso, geralmente, dos reforços de secção aberta, admite-se que estes encurvam em conjunto com a placa, pelo que deve ser considerada a altura do painel  $h_w$  para o cálculo de  $k_\tau$  e de  $\tau_{cr}$ .

Têm-se assim as seguintes formas de cálculo da esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_w$ :

$$\begin{aligned}
 i. \quad \bar{\lambda}_w &= \frac{h_w}{86,4 t_w \varepsilon} && , \text{ quando forem consideradas placas reforçadas ao nível} \\
 &&& \text{ dos apoios apenas com reforços transversais.} \\
 &&& , \text{ onde } h_{wi} \text{ e } k_{\tau i} \text{ são referentes ao sub-painel com a maior} \\
 ii. \quad \bar{\lambda}_w &= \frac{h_{wi}}{37,4 t_w \varepsilon \sqrt{k_{\tau i}}} && \text{ esbelteza (mas em que a encurvadura da placa com a sua} \\
 &&& \text{ altura total também deve ser considerada como um} \\
 &&& \text{ cenário possível).}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Contudo, optou-se por obter as esbeltezas normalizadas tendo como base as tensões críticas  $\tau_{cr}$ , pelo que a esbelteza normalizada da alma reforçada  $\bar{\lambda}_w$  de acordo com a EN 1993-1-5 [8], é dada por:

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr} \times \sqrt{3}}} \quad \tau_{cr} = k_\tau \sigma_E \quad \sigma_E = \frac{\pi^2 E t_w^2}{12(1 - \nu^2) b_i^2} \tag{3.25}$$



onde  $f_{yw}$  representa a tensão de cedência do aço que constitui a alma, que simplificada se toma como  $f_y$  uma vez que se admite que o elemento estrutural é constituído do mesmo aço (no caso de vigas híbridas, as almas e banzos têm aços com classes de resistência diferentes, tendo-se normalmente que  $f_{yw} < f_{yf}$ ).

Para o cálculo da tensão crítica  $\tau_{cr}$ , utiliza-se a mesma formulação que permite obter a tensão  $\sigma_{cr.loc}$ , Eq. 3.1, onde  $b_i$  define agora a altura do painel ou do sub-painel em causa, e onde se utiliza o coeficiente de encurvadura por esforço transversal,  $k_\tau$ . A norma EN 1993-1-5 [8] fornece este coeficiente em função do número de reforços longitudinais de que a placa dispõe:

i. Placas reforçadas com um ou dois reforços longitudinais, onde  $\alpha = \frac{a}{h_w} < 3$ :

$$k_\tau = 4,1 + \frac{6,3 + 0,18 \times \frac{\beta_{sl} I_{sl.V}}{t_w^3 h_w}}{\alpha^2} + 2,2 \sqrt[3]{\frac{\beta_{sl} I_{sl.V}}{t_w^3 h_w}} \quad (3.26)$$

ii. Placas com reforços transversais rígidos e sem reforços longitudinais, ou placas com três ou mais reforços longitudinais, ou ainda placas reforçadas com um ou dois reforços longitudinais, onde  $\alpha = \frac{a}{h_w} \geq 3$ :

$$\begin{aligned} k_\tau &= 5,34 + 4 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau sl} & \alpha \geq 1 \\ k_\tau &= 4 + 5,34 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau sl} & \alpha < 1 \end{aligned} \quad \frac{2,1}{t_w} \sqrt[3]{\frac{\beta_{sl} I_{sl.V}}{h_w}} \leq k_{\tau sl} = 9 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{\beta_{sl} I_{sl.V}}{t_w^3 h_w}\right)^3} \quad (3.27)$$

No caso dos sub-painéis, o coeficiente de encurvadura por esforço transversal,  $k_{\tau i}$ , despreza a parcela referente a  $k_{\tau sl}$ . Deste modo, o cálculo de  $k_{\tau sl}$  apenas será necessário aquando a determinação do fator  $k_\tau$  referente ao painel da alma na sua totalidade, com uma esbelteza de  $\frac{h_w}{t_w}$ , o que apenas é necessário verificar quando esta for a maior esbelteza do painel. Tem-se ainda que:

- $\beta_{sl} = 1$ , para reforços longitudinais de secção aberta.
- $\beta_{sl} = 3$ , para reforços longitudinais de secção fechada.
- $I_{sl.V}$  é a soma dos momentos de inércia segundo o eixo vertical, leia-se eixo z, dos reforços longitudinais de acordo com o disposto na Figura 3.14:

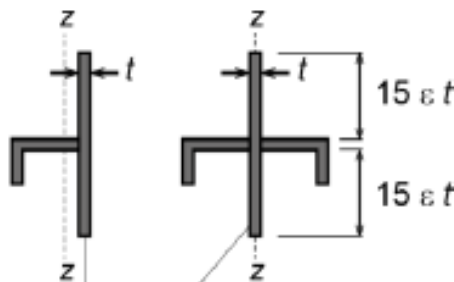


Figura 3.14: Cálculo de  $I_{sl.V}$

## ii) Contribuição dos banzos $V_{bf.Rd}$

A contribuição dos banzos, tal como já foi referido, representa uma pequena parcela para a resistência última ao esforço transversal de vigas de secção soldada de alma cheia, pelo que muitas vezes é desprezada, especialmente quando a viga está simultaneamente sujeita a esforços de flexão elevados. Contudo, de acordo com o disposto na norma EN 1993-1-5 [8], a consideração dos banzos na resistência ao esforço transversal de cálculo da viga é obtida por:

$$V_{bf.Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \times \left[ 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f.Rd}} \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

sendo  $b_f$  e  $t_f$  as dimensões do banzo com menor resistência axial, ou seja, com menor área  $A_f$ , e em que se deve garantir que  $b_f$  não excede  $15\epsilon t_w$  de cada lado da alma. Ou seja, deve verificar-se que  $b_f \leq 30\epsilon t_w + t_w$ .

A expressão que define a distância entre as rótulas plásticas, dada por  $c$ , cuja formação se admite no mecanismo plástico de quadro fechado anteriormente apresentado, é dada por:

$$c = a. \left( 0,25 + \frac{1,6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right) \quad (3.29)$$

em que as tensões de cedência  $f_{yf}$  e  $f_{yw}$  dos banzos e da alma, respetivamente, podem ser diferentes no caso de vigas híbridas, conforme referido previamente.

Refere-se que a contribuição dos banzos para a resistência última do elemento estrutural,  $V_{bf.Rd}$ , deve ser reduzida quando se verifica a solitação simultânea da viga de alma cheia a um momento fletor  $M_{Ed}$ , e a um esforço transversal  $V_{Ed}$ , conforme é claro do coeficiente de redução da Eq. (3.28). Deste modo, em zonas onde se verifique a ocorrência de momentos flectores ou esforços de compressão elevados, a parcela de  $V_{bf.Rd}$  é praticamente insignificante quando comparada à contribuição da alma  $V_{bw.Rd}$ , pelo que muitas vezes se despreza a contribuição dos banzos para a resistência última da viga ao esforço transversal.

Refira-se por fim que têm vindo a ser propostas algumas alterações ao modelo de avaliação da resistência ao esforço transversal da norma EN 1993-1-5. Assim, Jáger [26] mostrou recentemente que a contribuição dos banzos  $V_{bf.Rd}$  para a resistência ao esforço transversal de vigas de alma cheia conduz a resultados conservativos para rácios  $A_f/A_w$  pequenos, enquanto que sobrestima a sua resistência para valores mais elevados deste rácio. Deste modo, uma nova metodologia de cálculo para a distância  $c$  foi proposta:  $c = a. \left( 0,05 + \frac{8 b_f t_f^2}{t_w h_w^2} \right)$ .

## 3.4. Interação de esforços N-M-V de acordo com a EN 1993-1-5

A interação entre esforços em placas reforçadas submetidas a esforços combinados N-M-V e a sua resistência última é feita de acordo com as equações de interação que a norma EN 1993-1-5 apresenta. Relativamente à secção onde deve ser realizada a verificação da interação de esforços, indica-se que

esta deve ser efetuada para os esforços calculados a uma distância correspondente a  $\min(0,5h_w; 0,4a)$  da secção mais esforçada, sendo  $a$  o comprimento da placa entre reforços transversais.

Antes de avaliar a segurança para a interação de esforços N-M-V, é necessário assegurar que os rácios de resistência entre os esforços atuantes e os esforços resistentes de cálculo são inferiores à unidade,

$$\text{i.e. } \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}}, \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}}, \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1.$$

Embora fora do âmbito desta investigação, se existirem efeitos de forças concentradas nas almas, geralmente conhecido como o fenómeno “*patch-loading*”, deve igualmente definir-se a relação entre o valor de cálculo da força atuante,  $F_{Ed}$ , e o valor da força resistente,  $F_{Rd}$ , devendo garantir-se que  $\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1$ .

Na presença de um esforço axial de compressão, e não considerando a excentricidade relativamente à encurvadura local,  $e_N$ , a norma EN 1993-1-5 [8] fornece as relações entre esforços atuantes e resistentes como  $\eta_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{eff,Rd}}$ ,  $\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{F_{Rd}}$ ,  $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$  e  $\eta_4 = \frac{N_{Ed}}{N_{eff,Rd}}$ , que não devem, como já foi referido, ser superiores à unidade.

De acordo com a norma EN 1993-1-5, a verificação da resistência conjunta aos esforços N-M-V é dada por:

$$\eta_1 + \eta_4 + (1 - \eta_{1,f}) \cdot (2\bar{\eta}_3 - 1)^\mu = 1 \quad , \eta_1 \geq \eta_{1,f} \quad (3.30)$$

$$\bar{\eta}_3 = \bar{\eta}_3^{m\acute{a}x} + \frac{V_{bf,Rd}}{V_{bw,Rd}} \cdot \left\{ 1 - \left[ \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd} \cdot \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{2 \cdot N_{f,Rd}} \right)} \right]^2 \right\} \quad , \eta_1 < \eta_{1,f} \quad (3.31)$$

onde  $\bar{\eta}_3^{m\acute{a}x}$  corresponde ao valor máximo de  $\bar{\eta}_3$  obtido através da Eq. 3.30, e em que  $N_{f,Rd}$  contabiliza apenas a resistência última à compressão de um único banzo, daí vir multiplicada pelo fator 2. Os restantes parâmetros são dados por:

- $\eta_{1,f} = \frac{M_{f,Rd} \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{2 \cdot N_{f,Rd}} \right)}{M_{eff,Rd} \cdot (1 - \eta_4)}$  , se a alma não se encontra totalmente comprimida
  - $\eta_{1,f} = 0$  , se a alma se encontra totalmente comprimida
  - $\mu = (\eta_{1,f} + 0,2)^{15} + 1$
- (3.32)

Assim, a curva de resistência N-M-V apresenta dois patamares distintos de resistência consoante a alma esteja, ou não, totalmente comprimida, o que é traduzido pelo valor do fator  $\eta_{1,f}$ . Trata-se de uma distinção que não faz muito sentido, uma vez que cria uma descontinuidade na superfície de verificação da resistência, como se pode verificar na Figura 1.2, que representa graficamente a curva de resistência N-M-V, onde claramente se observa uma descontinuidade da superfície no plano N-M, a 45°.



## 4. MODELOS DE ANÁLISE PARA OBTENÇÃO DA TENSÃO CRÍTICA

Na sequência da introdução da forma como é avaliada a resistência de placas reforçadas longitudinalmente segundo a norma europeia EN 1993-1-5 [8], o presente capítulo introduz os modelos de análise utilizados para a obtenção das cargas críticas.

Um dos aspetos a avaliar consiste no efeito da rigidez de torção dos reforços longitudinais de secção fechada. De acordo com indicações explícitas dadas pela regulamentação, o dimensionamento deste tipo de estruturas deve ser feito sem a consideração da rigidez de torção dos reforços de secção fechada, dado que as fórmulas de avaliação da resistência foram calibradas para o caso de placas com reforços abertos, em que a rigidez de torção dos reforços é muito reduzida. De facto, estudos conduzidos por Martin et al. [27], vieram confirmar que a utilização da rigidez de torção dos reforços longitudinais no cálculo das tensões críticas, conduz a sobreavaliações da resistência das placas pelo método das larguras efetivas e a fórmula de Winter. Nesse sentido, pretende-se avaliar as consequências da consideração da rigidez de torção dos reforços longitudinais de secção fechada no cálculo estrutural de placas reforçadas.

Por outro lado, pretende-se igualmente avaliar as resistências últimas dos painéis reforçados com a atuação dos esforços N, M e V isoladamente. Para tal, em primeiro lugar, introduzem-se as geometrias das várias secções que fazem parte da análise, em que todas as dimensões que se apresentarem são relativas à linha média do perfil. Em seguida são apresentados os modelos numéricos considerados na avaliação das resistências últimas das placas reforçadas.

### 4.1. Geometrias e parâmetros de base

A definição das geometrias que são consideradas na análise é feita de modo a englobar, de uma forma geral, uma gama de geometrias normalmente utilizadas na construção metálica. Assim, a esbelteza das placas em estudo é dada por:  $\frac{h_w}{t_w} = [60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240]$ . A altura do painel,  $h_w$ , é igual a 1 m, sendo a largura superior e inferior do reforço dadas por  $0,05h_w$  e  $0,1h_w$ , respetivamente. Deste modo, todas as geometrias serão constituídas por:

- $h_w = 1000 \text{ mm}$
- $b_{si} = 100 \text{ mm}$
- $b_{ss} = 50 \text{ mm}$

A espessura do painel reforçado é obtida com base na sua esbelteza, e o reforço é colocado a meia altura do painel. Relativamente à altura e espessura do reforço longitudinal,  $h_s$  e  $t_s$ , são definidas a partir da sua rigidez de flexão relativa,  $\gamma$ , que varia entre:  $\gamma = [25, 50, 75, 100]$ , permitindo aferir a influência da rigidez de flexão relativa dos reforços longitudinais. A distância entre reforços transversais define o comprimento do painel. Consideraram-se painéis quadrangulares e retangulares, de modo a analisar e avaliar o efeito do aumento do fator de forma,  $\alpha = \frac{a}{h_w} = [1, 2]$ , que é esperado que se traduza num decréscimo da resistência última da secção, para um mesmo número de reforços longitudinais.

São assim definidas as 80 geometrias a utilizar neste estudo paramétrico:

- ID1\_ID10:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 25$  /  $\alpha = 1$
- ID11\_ID20:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 50$  /  $\alpha = 1$
- ID21\_ID30:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 75$  /  $\alpha = 1$
- ID31\_ID40:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 100$  /  $\alpha = 1$
- ID41\_ID50:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 25$  /  $\alpha = 2$
- ID51\_ID60:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 50$  /  $\alpha = 2$
- ID61\_ID70:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 75$  /  $\alpha = 2$
- ID71\_ID80:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 60 a 240 /  $\gamma = 100$  /  $\alpha = 2$

## 4.2. Consideração da rigidez de torção do reforço longitudinal fechado

São desenvolvidos 4 modelos de cálculo estrutural distintos, cujo principal objetivo consiste em avaliar a influência da rigidez de torção dos reforços longitudinais fechados, que segundo a EN 1993-1-5 [8] deve ser desprezada para o cálculo da tensão crítica de placa reforçada  $\sigma_{cr,p}$ , no caso de aplicação de um esforço axial, N, ou de um momento fletor, M, e da tensão crítica  $\tau_{cr}$ , no caso da aplicação de um esforço transversal, V. Assim, começa-se por considerar o cálculo dos valores de  $\sigma_{cr,loc}$ ,  $\sigma_{cr,c}$  e  $\tau_{cr}$ , de acordo com a formulação proposta pela EN 1993-1-5, seguindo o procedimento apresentado no [Cap. 3](#). De seguida efetua-se o cálculo destas tensões críticas através do programa EBPlate [21] (designado em seguida como EBP).

### 4.2.1. Modelo 1 – 1 *General Shape* com torção

Este primeiro modelo considera uma situação o mais próximo possível da realidade, ou seja, uma placa constituída por um reforço longitudinal trapezoidal de secção fechada a meia altura da alma, onde se considera a rigidez de torção do mesmo. Para o efeito, utiliza-se o EBP para a quantificação das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$ , sendo apresentado o processo de obtenção destes valores. Para começar, é introduzida a geometria da placa reforçada no painel, bem como o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson,  $E = 210 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0,30$ , respetivamente (Figura 4.1). De seguida, introduz-se no *software* o reforço longitudinal. De modo a evitar a encurvadura local dos sub-painéis da placa e do reforço, o que deve ser avaliado em separado, modela-se a placa reforçada como uma placa ortotrópica, como explicado no [Cap. 3](#). Desta forma, deve ser ativada a opção “*Orthotropic plate*”, e o coeficiente  $\eta_x$  igualado a  $-1$ , o que impede a ocorrência de modos locais de placa.

A definição do reforço longitudinal é feita através dos parâmetros que lhe estão associados,  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$ , considerando a parte da placa que lhe está associado conforme definido no [Cap. 3](#). A secção equivalente terá uma área e inércia de  $A_{sl,1}$  e  $I_{sl,1}$ , respetivamente. Contudo, ao invés de se considerar os valores de  $\gamma$  e de  $\delta$  calculados uma única vez com base na área e na inércia do reforço longitudinal,  $A_{sl}$  e  $I_{sl}$ , consideram-se os valores de  $\gamma'$  e de  $\delta'$ , obtidos considerando  $A_{sl,1}$  e  $I_{sl,1}$ , que variam consoante a aplicação dos esforços N, M ou V. Note-se que o valor da rigidez de torção relativa,  $\theta$ , deve corresponder unicamente ao reforço longitudinal isoladamente, sem qualquer contribuição da placa.

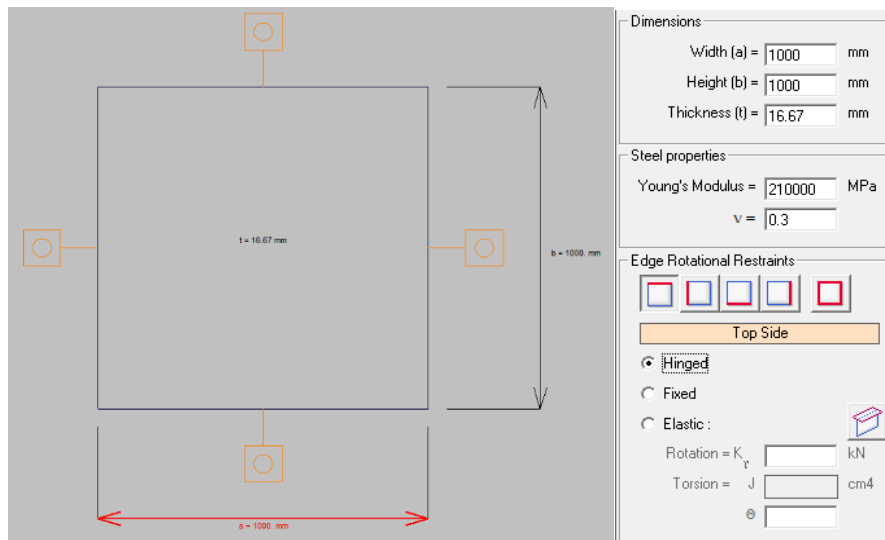


Figura 4.1: Introdução da geometria da placa metálica no EBP

Finalmente, introduz-se o reforço longitudinal, escolhendo uma “General Shape” e ativando a opção “Closed section”, uma vez que nesta situação é possível definir especificamente os três parâmetros adimensionais do reforço atrás referidos (sendo essa a justificação da utilização deste formato ao invés de se optar pela escolha de uma “Trapezoidal section”). Assim, introduzem-se os dados para um caso concreto do reforço da Figura 4.2 (valores dados em mm), que devem ser calculados previamente:

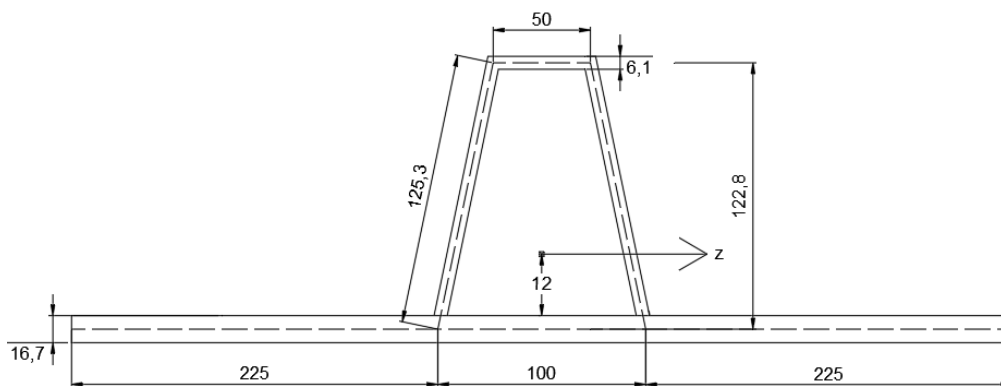


Figura 4.2: Geometria do reforço longitudinal e chapa associada em estudo

- $y$ , corresponde à posição do reforço longitudinal, que é sempre igual a 500 mm
- $d$ , corresponde à largura inferior do reforço,  $b_{si}$ , que é sempre igual a 100 mm
- $K_r$ , obtido de acordo com a expressão 
$$K_r = \frac{Et_s^3}{8d_s}$$
- $t_s$ , corresponde à espessura do reforço longitudinal da solução em estudo
- $\delta'$ , obtido de acordo com a expressão 
$$\delta' = \frac{A_{sL1}}{h_w t_w}$$
- $\gamma'$ , obtido de acordo com a expressão 
$$\gamma' = \frac{EI_{sL1}}{h_w D}$$
- $\theta$ , obtido de acordo com a expressão 
$$\theta = \frac{GI_s}{D h_w}$$

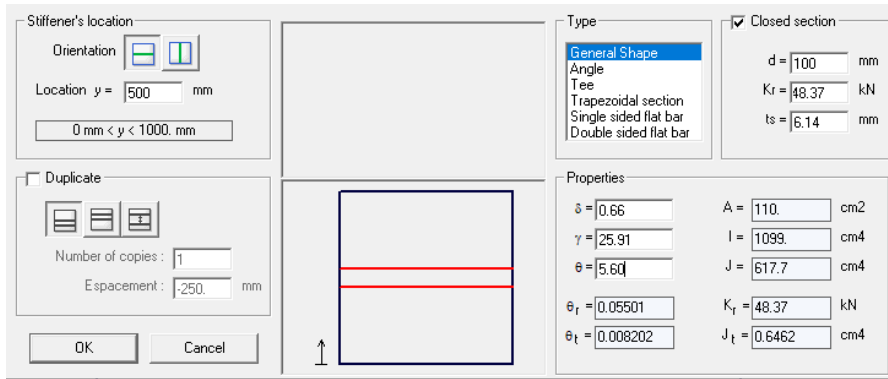


Figura 4.3: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 1)

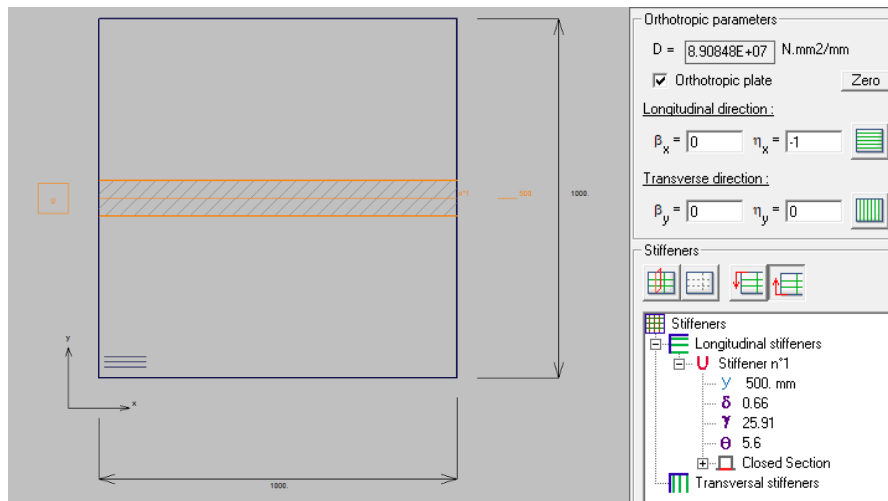


Figura 4.4: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 1)

Seguidamente, procede-se ao carregamento em separado do painel com: esforço normal (Figura 4.5), momento fletor (Figura 4.6), e esforço transversal (Figura 4.7).

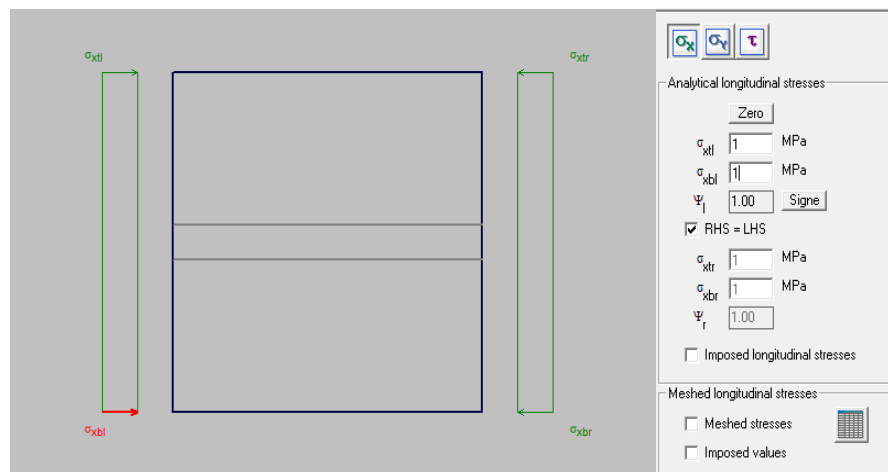


Figura 4.5: Introdução do esforço normal no EBP



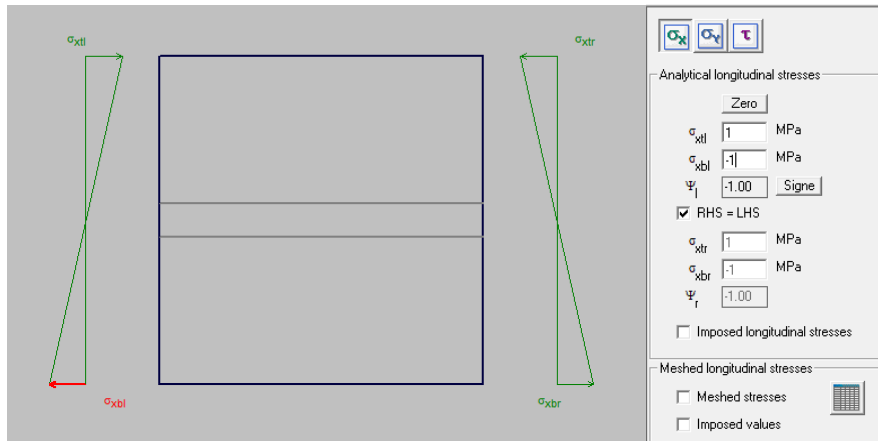


Figura 4.6: Introdução do momento fletor no EBP

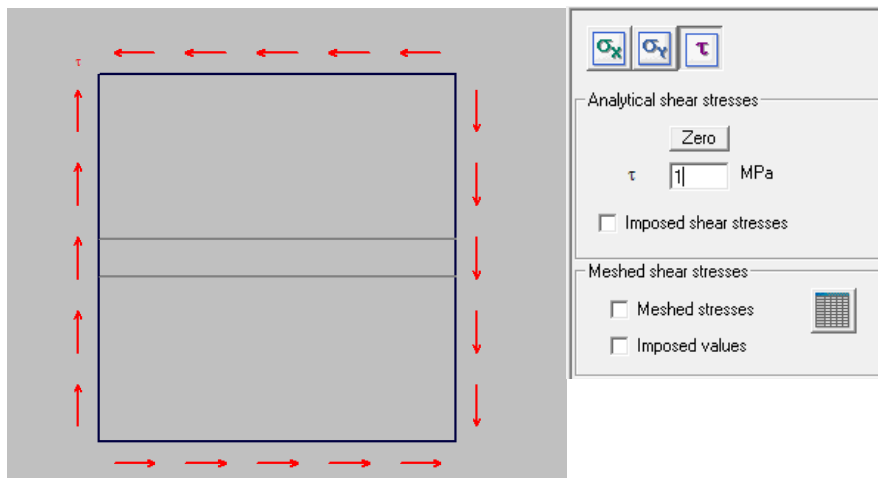


Figura 4.7: Introdução do esforço transversal no EBP

Na Tabela 4.1 apresentam-se os valores das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  obtidos pelo EBP – Modelo 1. Note-se que a tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$  da placa reforçada quando sujeita a um momento fletor tende para infinito, uma vez que a distância do reforço longitudinal ao eixo neutro tende para zero (o mesmo é apresentado num caso prático de aplicação no [Anexo A](#)).

Tabela 4.1: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 1 através do EBP

<b>N</b>	<b>M</b>	<b>V</b>
$\sigma_{cr,p} \cong 2228,8 \text{ MPa}$	$\sigma_{cr,p} \cong \infty$	$\tau_{cr} \cong 1581,6 \text{ MPa}$

#### 4.2.2. Modelo 2 – 2 General Shape sem torção

Neste segundo modelo retira-se a rigidez de torção relativa  $\theta$  do reforço longitudinal, o que corresponde a “abrir” o reforço fechado em duas secções abertas, onde os valores da rigidez de torção acabam por ser muito reduzidos (Figura 4.8).



Figura 4.8: Estudo do reforço longitudinal de secção fechada como dois reforços de secção aberta

Assim, para a construção deste modelo de cálculo, devem criar-se dois reforços longitudinais fictícios, “*General Shape*”, posicionados de modo a funcionarem como o local onde o reforço se liga à placa, e anulando a largura do reforço ( $d = 0$ ). Note-se que os reforços criados têm metade das propriedades do reforço longitudinal original, ou seja,  $\delta'' = \frac{\delta'}{2}$  e  $\gamma'' = \frac{\gamma'}{2}$ , tendo  $\theta = 0$ . Apresentam-se na Tabela 4.2 os valores das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  obtidas com este segundo modelo de cálculo.

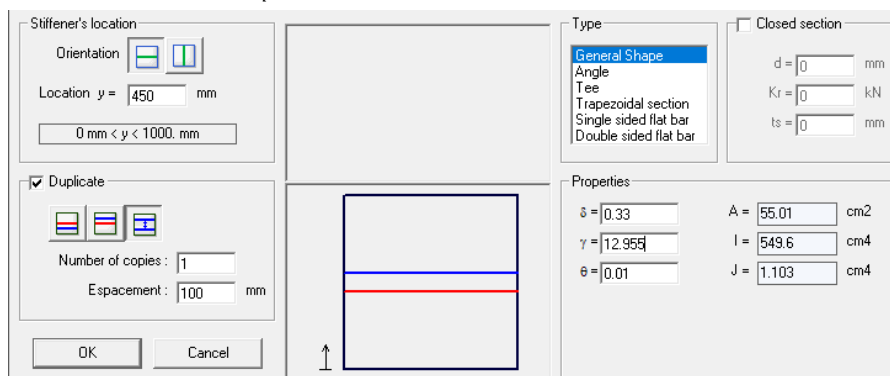


Figura 4.9: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 2)

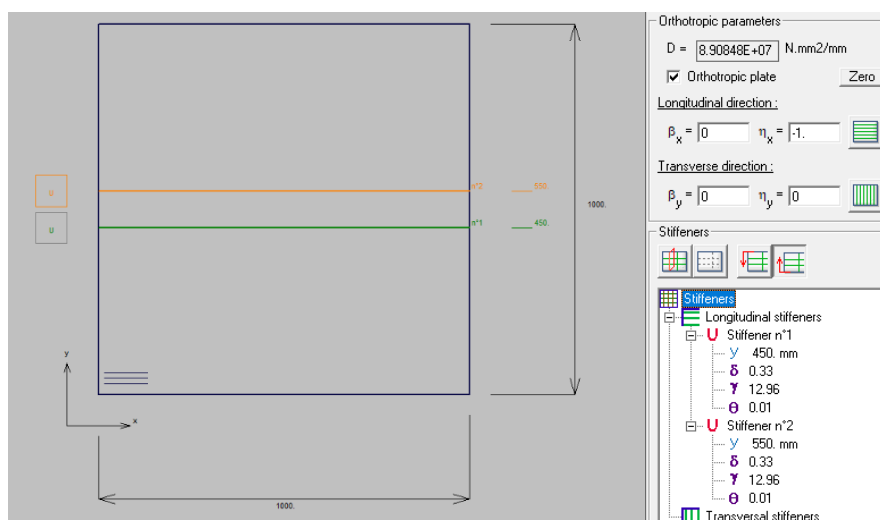


Figura 4.10: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 2)

Tabela 4.2: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 2 através do EBP

<b>N</b>	<b>M</b>	<b>V</b>
$\sigma_{cr,p} \cong 2228,2 \text{ MPa}$	$\sigma_{cr,p} \cong \infty$	$\tau_{cr} \cong 1554,5 \text{ MPa}$

### 4.2.3. Modelo 3 – 1 *General Shape* sem torção

Este modelo segue o que se apresentou para o Modelo 1, com a diferença que agora a rigidez de torção relativa  $\theta$  é anulada. Deste modo, pretende-se criar um modelo de cálculo que se aproxime das hipóteses admitidas na norma EN 1993-1-5 [8], onde a rigidez de torção é desprezada. Note-se que, tal como se fez no Modelo 2, também se despreza a largura do reforço (i.e.  $d = 0$ ), criando um reforço longitudinal único com as propriedades  $\delta'$  e  $\gamma'$  do reforço original. Na Tabela 4.3 apresentam-se os valores das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  obtidas com este terceiro modelo de cálculo.

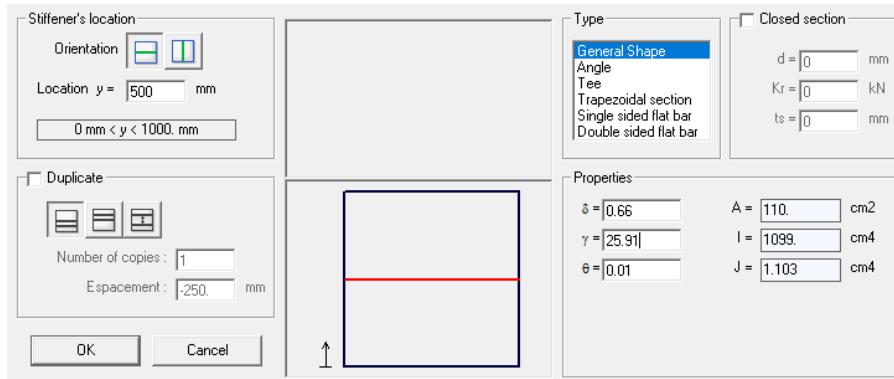


Figura 4.11: Definição do reforço longitudinal no EBP para o esforço axial (Modelo 3)

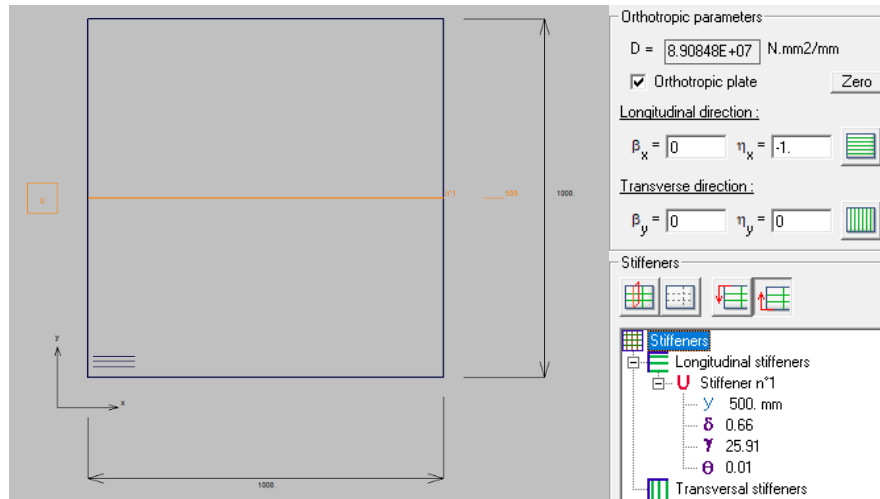


Figura 4.12: Introdução da geometria do reforço longitudinal no EBP (Modelo 3)

Tabela 4.3: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 3 através do EBP

<b>N</b>	<b>M</b>	<b>V</b>
$\sigma_{cr,p} \cong 2222,6 \text{ MPa}$	$\sigma_{cr,p} \cong \infty$	$\tau_{cr} \cong 1265,1 \text{ MPa}$

#### 4.2.4. Modelo 4 – EN 1993-1-5

O Modelo 4 corresponde ao cálculo das tensões críticas de acordo com a metodologia da norma EN 1993-1-5 [8], conforme definido no [Cap. 3](#). Na Tabela 4.4 são resumidos os valores obtidos com esta formulação.

Tabela 4.4: Resultados das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo o Modelo 4 – EN 1993-1-5

<b>N</b>	<b>M</b>	<b>V</b>
$\sigma_{cr,p} \cong 2106,8 \text{ MPa}$	$\sigma_{cr,p} \cong \infty$	$\tau_{cr} \cong 832,7 \text{ MPa}$

Nos capítulos seguintes é feita a análise explicativa das diferenças observadas. Contudo, analisando a seguinte tabela resumo, Tabela 4.5, verifica-se que para a geometria em questão, a metodologia de cálculo da EN 1993-1-5 é muito conservativa para o cálculo da tensão crítica associada ao esforço transverso,  $\tau_{cr}$ . Por outro lado, verifica-se também, como seria de esperar, valores para as tensões

críticas decrescentes do Modelo 1 para o Modelo 4, ou seja  $(N, M, V)_{cr.1} > (N, M, V)_{cr.2} > (N, M, V)_{cr.3} > (N, M, V)_{cr.4}$ . No entanto, tratam-se de resultados relativos a uma única geometria, pelo que não devem ser generalizados.

*Tabela 4.5: Resumo das tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  e  $\tau_{cr}$  segundo os vários modelos em estudo*

	<b>N – <math>\sigma_{cr,p}</math> (MPa)</b>	<b>M – <math>\sigma_{cr,p}</math> (MPa)</b>	<b>V – <math>\tau_{cr}</math> (MPa)</b>
<b>MODELO 1</b>	2228,8	$\infty$	1581,6
<b>MODELO 2</b>	2228,2	$\infty$	1554,5
<b>MODELO 3</b>	2222,6	$\infty$	1265,1
<b>MODELO 4</b>	2106,8	$\infty$	832,7

Nos capítulos seguintes estes resultados são comparados com os obtidos por modelos numéricos desenvolvidos no *software* de cálculo numérico automático Abaqus [28], para todas as geometrias em estudo, os quais são apresentados no capítulo que se segue.

## 5. MODELO NUMÉRICO DE ANÁLISE NÃO LINEAR

Pretende-se apresentar os modelos numéricos que representem o melhor possível o comportamento da estrutura quando sujeita a determinado esforço, o que conseqüentemente se traduz numa boa aproximação do valor da resistência última da placa ou viga com reforços longitudinais.

Para avaliar esta resistência última, torna-se necessário realizar uma análise física e geometricamente não linear. Deste modo, para a modelação das diferentes geometrias, foi necessário o recurso a um programa de cálculo numérico automático de elementos finitos através de uma análise GMNIA (*Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections*). Os modelos numéricos das geometrias em estudo foram concebidos através de um intérprete de código Abaqus-Python [28], com o auxílio de sub-rotinas em MATLAB [29] que facilitaram o processo de construção e inserção das geometrias das secções necessárias à criação dos modelos no programa.

É importante salientar que, de modo a ultrapassar as dificuldades associadas à convergência para alguns incrementos de carga próximos da resistência última, a análise utiliza o Método de Riks Modificado [30], que permite, através de um processo iterativo e durante o mesmo, introduzir uma variação da carga aplicada para facilitar a convergência. Tratando-se de uma análise não linear incremental, é necessária uma carga inicial de referência, sendo a magnitude da carga em cada passo, dada por:

$$P_{Total} = LPF \times P_{Ref} \quad (5.1)$$

em que  $P_{Ref}$  é a carga de referência (*input* do modelo) e LPF o fator de proporcionalidade da carga (*output* do modelo), sendo este último obtido como parte da solução que o Abaqus fornece para cada incremento de carga. Contudo, alguns modelos apresentaram ainda assim problemas de convergência, conduzindo a resultados incorretos, fenómeno conhecido como “*back-tracking*”.

Relativamente ao número de elementos de placa que constituem os painéis entre reforços transversais, foram desenvolvidos estudos no sentido de averiguar qual a solução que permite reproduzir com uma boa aproximação o comportamento estrutural da peça, sendo que se chegou à conclusão que considerando um painel quadrado com  $\alpha = 1$ , são suficientes 30 elementos finitos quadrangulares ao longo dos bordos longitudinal e transversal para obter resultados com boa aproximação numérica (Figura 5.1).

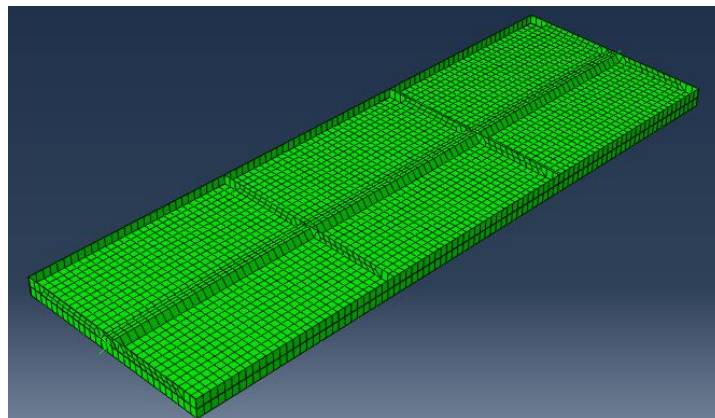


Figura 5.1: Tipologia da malha utilizada na investigação ( $\alpha = 1$ )

Relativamente às condições de apoio utilizadas, confirmou-se que as placas metálicas e as vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente devem ser analisadas e modeladas com os 4 bordos simplesmente apoiados. Refira-se que na Figura 5.2 os momentos  $\bar{m}_I$ ,  $\bar{m}_{II}$ ,  $\bar{m}_{III}$  e  $\bar{m}_{IV}$  correspondem a distribuições de momentos aplicados ao longo dos bordos do painel reforçado longitudinalmente, quando existam estes momentos fletores aplicados. Refira-se ainda que se optou por modelar sempre três painéis consecutivos, sendo que nos painéis laterais se introduziram as condições de apoio e os carregamentos, analisando o comportamento do painel central (Figura 5.1). Procurou-se desta forma minimizar a influência das condições de apoio e de carregamento aplicados nas extremidades dos painéis laterais nos resultados de um painel interior de uma viga de secção soldada.

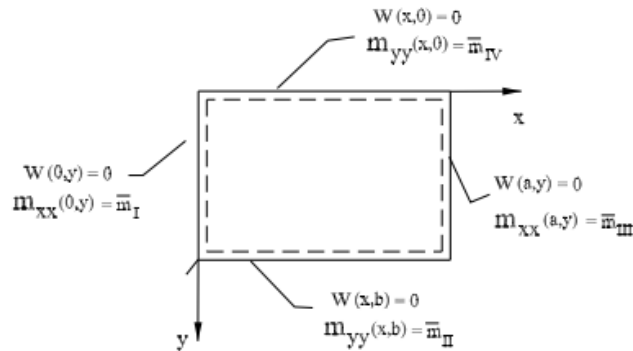


Figura 5.2: Condições de apoio num painel de aço simplesmente apoiado [31]

## 5.1. Modelação do material

Para modelar o material aço é necessário ter em consideração o seu comportamento elasto-plástico. O aço comporta-se em tração e compressão elasticamente até atingir a tensão de cedência  $f_y$ , seguindo a lei de Hooke, que relaciona a deformação associada à aplicação de uma tensão, com o módulo de Young igual a 210 GPa. Ultrapassando a tensão de cedência o aço plastifica, primeiro num patamar quase horizontal, e depois com uma fase de endurecimento até atingir a sua resistência última  $f_u$  (Figura 5.3). As propriedades do aço de alta resistência S690 utilizado nos modelos numéricos encontram-se na Tabela 5.1, de acordo com o que é proposto na prEN 1993-1-14 [32].

Tabela 5.1: Parâmetros de definição do aço S690 dos modelos numéricos

$E = 210 \text{ GPa}$	$E_{sh} = 6,185 \text{ GPa}$	$f_y = 690 \text{ MPa}$	$f_{C1\epsilon_u} = 740 \text{ MPa}$	$f_u = 770 \text{ MPa}$	$C_1 = 0,61$
$\epsilon_y = 0,33\%$	$\epsilon_{sh} = 3\%$	$C_1\epsilon_u = 3,81\%$	$C_2\epsilon_u = 4,29\%$	$\epsilon_u = 6,23\%$	$C_2 = 0,69$

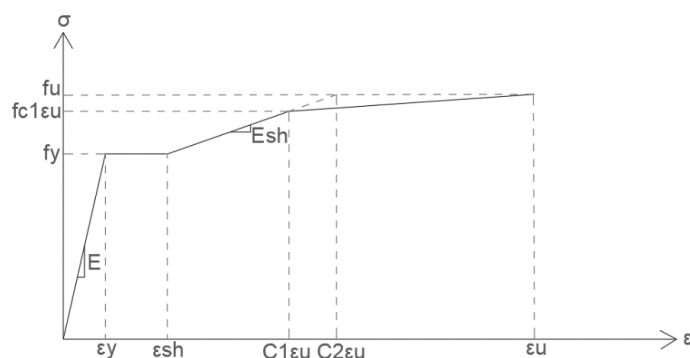


Figura 5.3: Lei de tensão-deformação do aço utilizado nos modelos numéricos

## 5.2. Imperfeições geométricas equivalentes

Os elementos estruturais constituídos por placas esbeltas soldadas possuem imperfeições geométricas que devem ser contabilizadas e modeladas no modelo de análise. Para além destas imperfeições, existe ainda a contribuição das tensões residuais, associadas nomeadamente aos efeitos térmicos diferenciais que se verificam aquando os processos de laminagem a quente e de soldadura entre as várias placas que constituem uma viga de alma cheia. Para um painel reforçado, a soldadura dos reforços à placa provoca um diagrama de tensões residuais cuja forma simplificada é a representada na Figura 5.4.

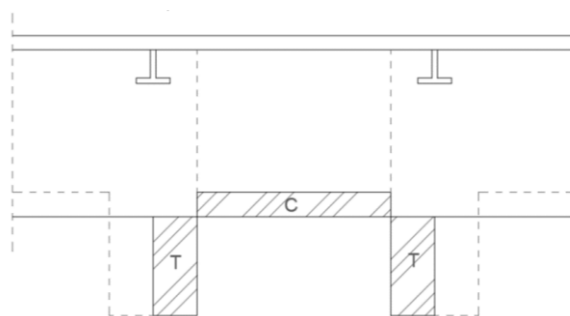


Figura 5.4: Diagrama simplificado das tensões residuais numa placa com reforços longitudinais (adaptado de [19])

Estas imperfeições geométricas e as tensões residuais têm influência no comportamento estrutural das vigas de secção soldada, nomeadamente na sua resistência última. Note-se que, enquanto numa coluna as tensões residuais se autoequilibram, não afetando a carga crítica elástica global da mesma, numa placa reforçada o mesmo não acontece, onde se verifica que a encurvadura local da placa entre reforços é afetada pelas tensões residuais de compressão. Para além disso, é importante salientar ainda que as tensões residuais afetam unicamente a estabilidade da trajetória fundamental da placa, enquanto que as imperfeições geométricas podem afetar a forma dessa trajetória, pelo que são estas as que condicionam significativamente o comportamento estrutural das placas metálicas ou das vigas de alma cheia, reforçadas ou não reforçadas. Assim, torna-se imprescindível a consideração destes efeitos nos modelos numéricos, algo que é conseguido considerando uma imperfeição geométrica equivalente, conforme é preconizado na EN 1993-1-5 [8]. Assim, nos modelos numéricos, as imperfeições geométricas e as tensões residuais “fundem-se” para dar lugar a uma imperfeição geométrica equivalente, que pretende contemplar ambos os efeitos da melhor forma possível. Deste modo, foram consideradas três imperfeições geométricas equivalentes possíveis, por forma a aferir qual a que devolve, na maioria dos casos, as resistências últimas mais baixas. Foi assim desenvolvida uma análise de sensibilidade para determinar qual a imperfeição que se deve utilizar na modelação dos modelos numéricos. Para tal, foram selecionadas as 12 geometrias seguintes:

- $ID2 / \gamma = 25 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 80$     ▪  $ID5 / \gamma = 25 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 140$     ▪  $ID8 / \gamma = 25 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 200$
- $ID12 / \gamma = 50 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 80$     ▪  $ID15 / \gamma = 50 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 140$     ▪  $ID18 / \gamma = 50 / \alpha = 1 / \frac{h_w}{t_w} = 200$
- $ID42 / \gamma = 25 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 80$     ▪  $ID45 / \gamma = 25 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 140$     ▪  $ID48 / \gamma = 25 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 200$
- $ID52 / \gamma = 50 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 80$     ▪  $ID55 / \gamma = 50 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 140$     ▪  $ID58 / \gamma = 50 / \alpha = 2 / \frac{h_w}{t_w} = 200$

Não são incluídas na análise de sensibilidade geometrias com valores de  $\gamma$  superiores a 50 dado que o estudo da resistência à interação N-M-V de vigas soldadas reforçadas longitudinalmente é realizado para geometrias com  $\gamma = 25$  e  $\gamma = 50$ , por serem as soluções utilizadas comumente.

Com vista à determinação da imperfeição geométrica equivalente condicionante, foram criadas três imperfeições distintas com base em funções periódicas, com amplitudes positivas e negativas, consoante a concavidade da imperfeição que se verifique no painel central.

*i. Imperfeição geométrica equivalente 1 (IMP 1)*

A primeira imperfeição geométrica equivalente considerada inclui uma imperfeição global do painel reforçado, definida através de uma função seno com amplitude  $\frac{h_w}{400}$  (Figura 5.5).

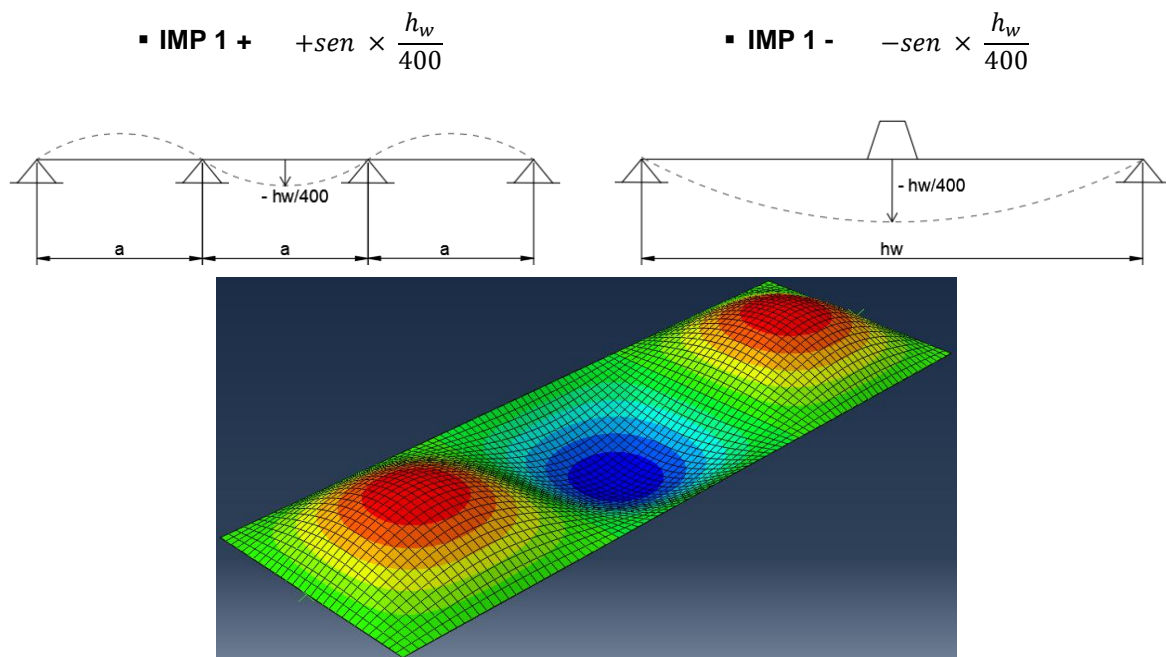


Figura 5.5: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 1 c/ amplitude negativa (IMP 1 -) – na direção longitudinal e transversal do painel

*ii. Imperfeição geométrica equivalente 2 (IMP 2)*

A segunda imperfeição geométrica equivalente considerada resulta da sobreposição de duas formas de imperfeições distintas. Enquanto que a primeira dispõe apenas de uma imperfeição global do painel, neste caso são tidas em consideração dois tipos de imperfeições: imperfeição global do painel, definida novamente através de uma função seno com amplitude  $\frac{h_w}{400}$ , acoplada de uma imperfeição local entre reforços, sendo esta definida igualmente através de uma função seno com amplitude  $\frac{b_i}{200}$ , baseada na forma do modo de encurvadura local simétrico do painel. Pretende-se deste modo criar uma imperfeição total que seja a combinação de uma imperfeição global do painel com uma imperfeição local entre reforços (Figura 5.6).

▪ **IMP 2 +**     $+\frac{b_i}{200} \times w_{buckling}^{simétrico} + sen \times \frac{h_w}{400}$

▪ **IMP 2 -**     $-\frac{b_i}{200} \times w_{buckling}^{simétrico} - sen \times \frac{h_w}{400}$



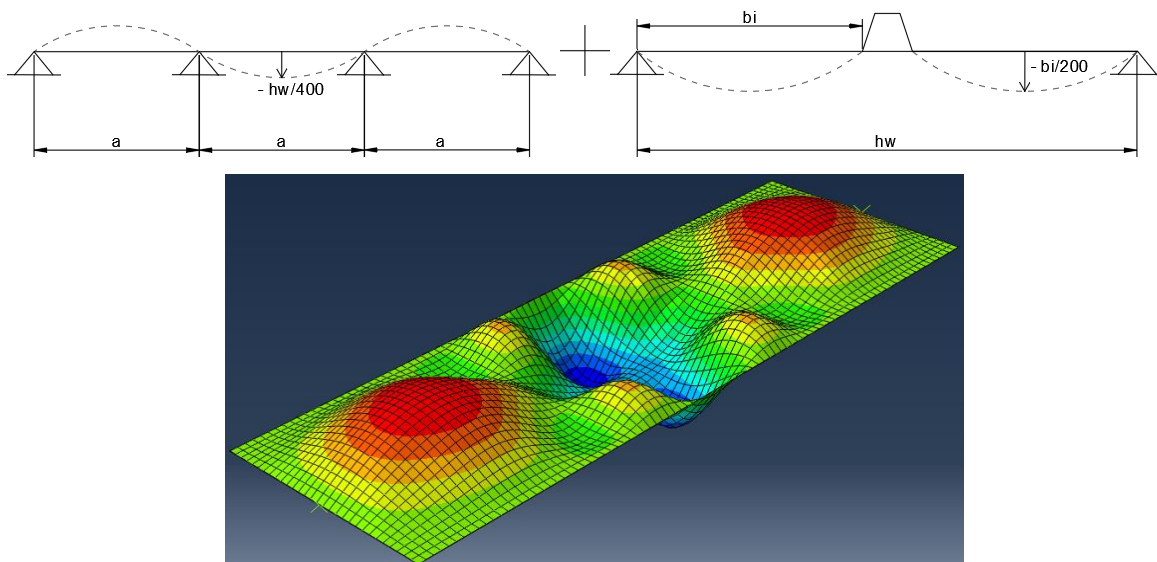


Figura 5.6: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 2 c/ amplitude negativa (IMP 2 -) – na direção longitudinal e transversal do painel

### iii. Imperfeição geométrica equivalente 3 (IMP 3)

A terceira imperfeição geométrica equivalente também conjuga uma imperfeição global com uma imperfeição local entre reforços. No entanto, enquanto que na anterior se admitiu que a imperfeição transversal é simétrica em relação ao reforço longitudinal, nesta imperfeição considerou-se uma imperfeição local baseada no modo de encurvadura local antissimétrico do painel (Figura 5.7).

$$\blacksquare \text{ IMP 3 + } \quad + \frac{b_i}{200} \times w_{\text{buckling}}^{\text{anti-simétrico}} + \text{sen} \times \frac{h_w}{400} \quad \blacksquare \text{ IMP 3 - } \quad + \frac{b_i}{200} \times w_{\text{buckling}}^{\text{anti-simétrico}} - \text{sen} \times \frac{h_w}{400}$$

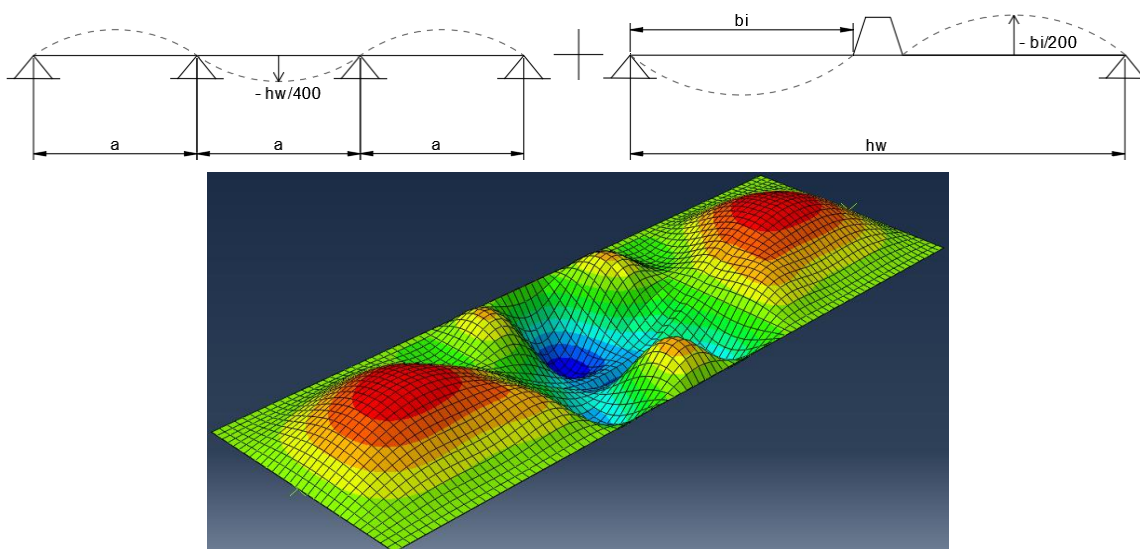


Figura 5.7: Ilustração da forma da imperfeição geométrica equivalente 3 c/ amplitude negativa (IMP 3 -) – na direção longitudinal e transversal do painel

Refira-se que nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 o reforço longitudinal não foi representado para uma melhor compreensão da deformação associada às imperfeições aplicadas às placas metálicas, sendo que as deformações para fora do plano, na direção y, foram aumentadas em 100x para uma melhor “leitura” das mesmas.

### 5.3. Análise de sensibilidade às imperfeições geométricas equivalentes

Depois de apresentadas as imperfeições geométricas equivalentes, torna-se necessário averiguar qual a que condiciona o dimensionamento dos painéis reforçados. Para o efeito, utilizando o *software* de análise numérica Abaqus [28], obtiveram-se as resistências últimas das geometrias definidas quando solicitadas ao esforço axial, momento fletor e esforço transverso, aplicadas individualmente.

Da análise dos resultados das 12 geometrias da Figura 5.8, concluiu-se que a imperfeição geométrica equivalente 2 com amplitude negativa é condicionante, uma vez que é a que de uma forma geral apresenta as resistências últimas mais baixas. Os resultados apresentados estão normalizados em relação às resistências de cada um dos painéis utilizando a IMP 2 -. De facto, esta imperfeição é a que conduz a que a generalidade dos resultados obtidos se encontrem acima da unidade. Por conseguinte, esta é a imperfeição a utilizar nas análises a realizar.

Contudo, tal como é possível verificar nos resultados apresentados, a questão da definição da imperfeição geométrica equivalente a utilizar nos modelos numéricos pode conduzir a discussão, uma vez que nem sempre se atingem as menores resistências com a mesma imperfeição IMP 2 -. O trabalho de identificar a imperfeição geométrica condicionante não teve como objetivo ser exaustivo na identificação da imperfeição geométrica condicionante em cada caso particular. Este tema corresponde, aliás, a um possível desenvolvimento futuro do trabalho.

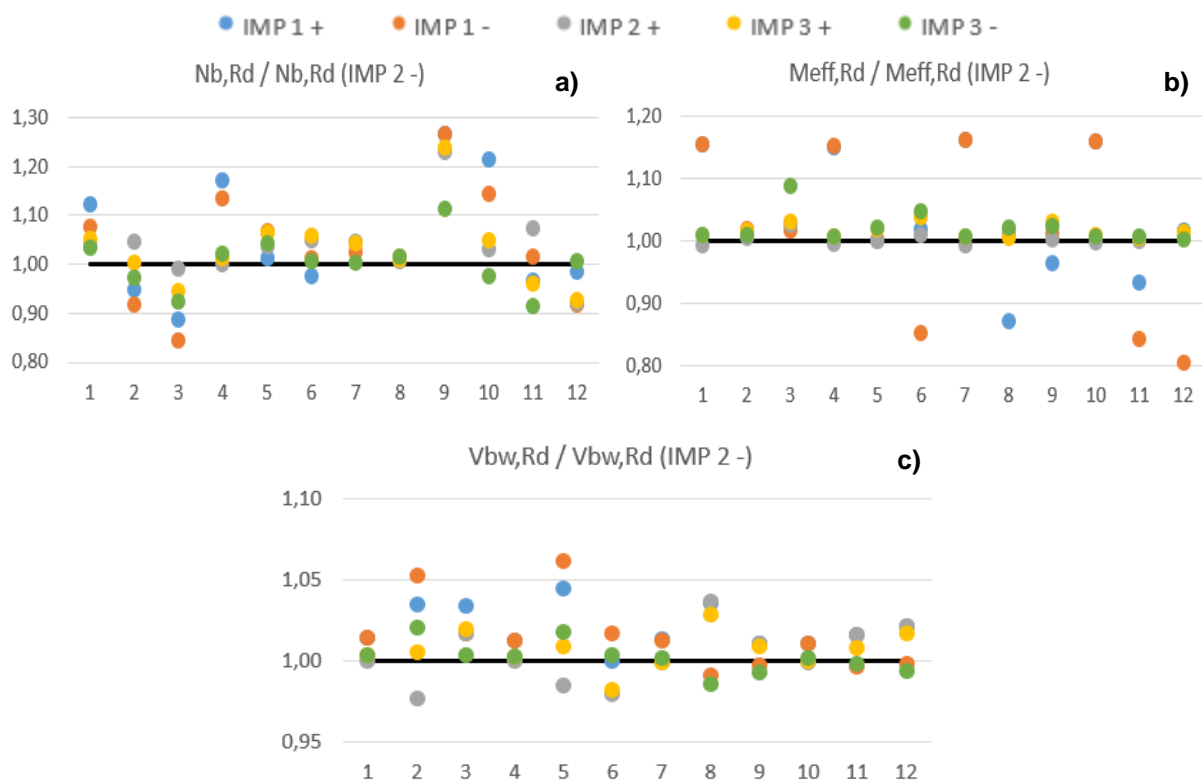


Figura 5.8: Análise de sensibilidade às imperfeições geométricas equivalentes em placas reforçadas submetidas a um esforço axial [a)], momento fletor [b)] e esforço transverso [c)] – Resultados normalizados em relação à resistência obtida para IMP 2 -

## 6. RESULTADOS NUMÉRICOS PARA ESFORÇOS N, M, V

Este capítulo avalia as resistências numéricas de 80 geometrias de painéis reforçados sujeitos aos esforços N, M e V aplicados em separado, comparando-as com as respectivas resistências últimas obtidas pelas metodologias de cálculo apresentadas no [Cap. 4](#). Pretende-se avaliar a concordância das formulações regulamentares com os resultados numéricos, antes de avaliar a interação de esforços N-M-V em placas e vigas de alma cheia reforçadas.

### 6.1. Consideração da rigidez de torção do reforço longitudinal

Antes de avaliar as resistências numéricas obtidas, interessa avaliar a influência que a rigidez de torção dos reforços longitudinais de secção fechada pode ter nos resultados, nomeadamente ao aumentar a tensão crítica  $\sigma_{cr.loc}$ , associada ao modo de encurvadura local entre reforços. Para o efeito, calcularam-se as resistências últimas das 80 geometrias de placas metálicas sujeitas exclusivamente ao esforço axial, N, seguindo-se a metodologia de cálculo estabelecida pelo EC3, de duas formas distintas: uma primeira com  $k_\sigma = 4$ , correspondendo a uma situação em que a placa metálica se encontra apoiada em todos os bordos, e onde a rigidez de torção do reforço longitudinal é desprezada, e uma segunda com  $k_\sigma = 5,5$ , onde a rigidez de torção é considerada, uma vez que se admite que o reforço encastra num bordo da sub-placa. Note-se que de acordo com o especificado na EN 1993-1-5 [\[8\]](#), para quantificar esta tensão crítica, deve utilizar-se um coeficiente de encurvadura local dos sub-painéis de  $k_\sigma = 4$ , para uma placa sujeita a uma compressão uniforme.

Na Figura 6.1 são apresentados os resultados obtidos neste estudo, normalizados às resistências últimas ao esforço axial relativas à primeira forma de cálculo, utilizando  $k_\sigma = 4$ . Através da análise do gráfico, verifica-se que desprezar a rigidez de torção dos reforços longitudinais de secção fechada está claramente do lado da segurança. Atente-se para o facto de se verificar que as resistências últimas ao esforço axial obtidas considerando a rigidez de torção são sempre superiores às resistências últimas obtidas sem essa consideração para todas as 80 geometrias em análise, sendo o incremento de resistência última entre 5% e 12%.

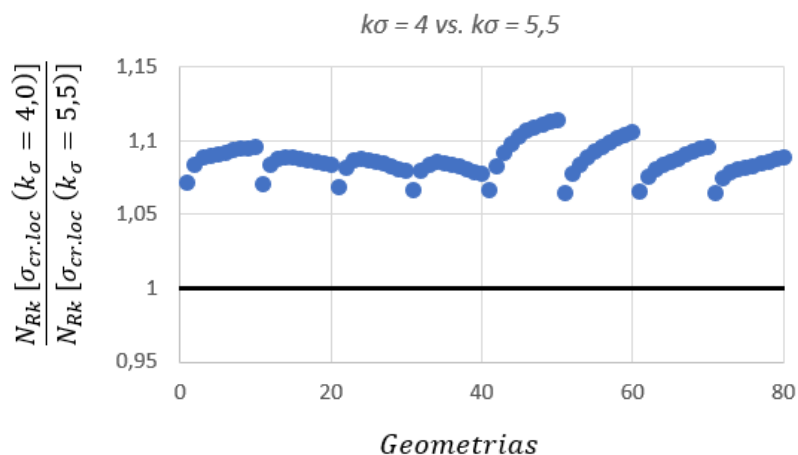


Figura 6.1: Resistência última pela EN 1993-1-5 [\[8\]](#) de 80 painéis com um reforço longitudinal submetidas a uma compressão uniforme considerando ou não a rigidez de torção do reforço (i.e., tomando  $k_\sigma = 4,0$  vs.  $k_\sigma = 5,5$

## 6.2. Análise aos diferentes modelos de cálculo

Pretende-se aferir os resultados obtidos pelos modelos de cálculo desenvolvidos para as 80 geometrias de placas reforçadas longitudinalmente, sujeitas aos diferentes esforços N, M e V atuando separadamente, comparando-os com as resistências últimas obtidas para os mesmos painéis pelas formulações propostas pela EN 1993-1-5 [8]. Refira-se que os resultados obtidos foram normalizados para permitir a sua análise comparativa. Desta forma, os gráficos que se apresentam são normalizados ao esforço axial plástico,  $N_{pl}$ , no caso do esforço axial, ao momento resistente efetivo para fora do plano, segundo a direção y,  $M_{eff,y}$ , para o momento fletor, e ao esforço transversal plástico,  $V_{pl}$ , para o caso do esforço transversal, sendo que esses valores variam, logicamente, com a geometria da secção transversal do perfil. Na avaliação das resistências pelas formulações regulamentares, considera-se um coeficiente parcial de segurança de  $\gamma_{M1} = 1,0$ .

### 6.2.1. Esforço axial $N_{b,FEM} / N_{b,Rd}$

Na Figura 6.2 e na Tabela 6.1, apresentam-se os rácios entre as resistências numéricas e regulamentares,  $N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$ , obtidas para o caso de aplicação do esforço axial, N.

Tabela 6.1: Estudo estatístico da relação  $N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$  correspondente a 80 geometrias

$N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$	$\alpha = 1$					
	<i>avg</i>	<i>std</i>	$N_{cases} < 1,0$	$N_{cases} < 0,9$	<i>Mín.</i>	<i>Máx.</i>
<b>MODELO 1</b>	1,139	4,7%	0%	0%	1,043	1,223
<b>MODELO 2</b>	1,140	4,8%	0%	0%	1,043	1,224
<b>MODELO 3</b>	1,140	4,8%	0%	0%	1,043	1,226
<b>MODELO 4</b>	1,153	5,3%	0%	0%	1,044	1,267
	$\alpha = 2$					
<b>MODELO 1</b>	1,152	12,3%	20%	0%	0,960	1,351
<b>MODELO 2</b>	1,156	12,2%	20%	0%	0,965	1,354
<b>MODELO 3</b>	1,160	12,1%	20%	0%	0,971	1,357
<b>MODELO 4</b>	1,209	10,3%	0%	0%	1,020	1,383

Da análise dos resultados da Tabela 6.1, verifica-se que existem diferenças no comportamento de placas reforçadas longitudinalmente com fator de forma  $\alpha = 1$  ou  $\alpha = 2$ . De um modo geral, verificam-se médias mais elevadas, *avg*, e maior desvio-padrão, *std*, no caso de  $\alpha = 2$ , o que corresponde a uma maior dispersão dos resultados neste caso, que se torna visível no maior número de situações em que o modelo numérico fornece uma resistência inferior ao que é obtido regulamentarmente, contudo, sem que nenhum resultado esteja abaixo da margem dos 10% ( $N_{cases} < 0,9$ ), de certa forma considerado na redução da resistência regulamentar quando se utiliza o coeficiente parcial de segurança de  $\gamma_{M1} = 1,10$ .

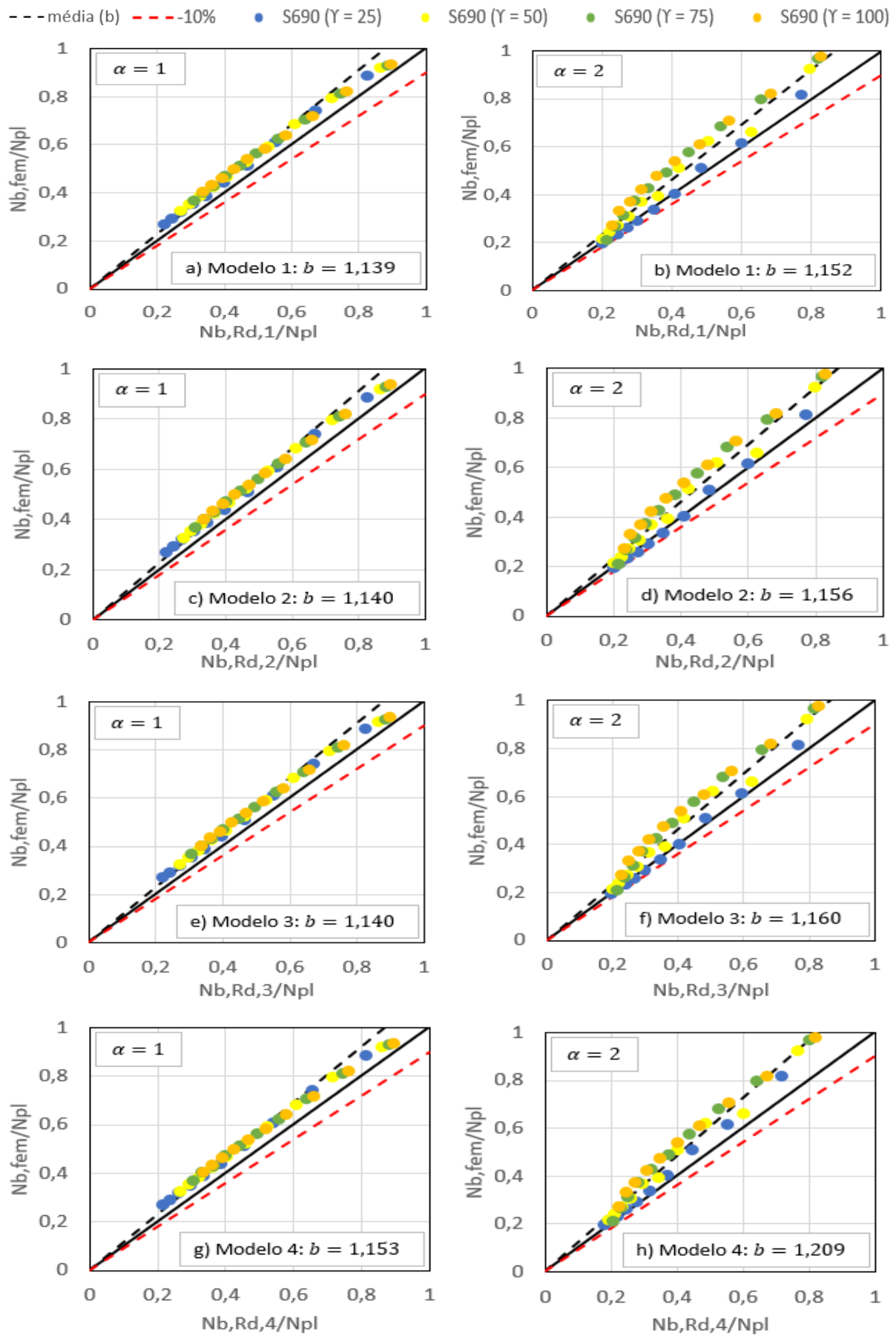


Figura 6.2: Gráficos de  $N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$  – Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)],  
 Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)]

Comparando os resultados entre os modelos 1 e 4, conforme foram definidos no [Cap. 4.2](#), verifica-se que são pequenas as diferenças de resultados entre modelos, o que fornece a indicação de que a rigidez de torção não tem influência significativa na resistência última dos painéis reforçados submetidos a compressão uniforme. Pode então questionar-se o porquê de não se verificar praticamente diferença de resultados tendo em conta, ou não, a rigidez de torção do reforço longitudinal. Este fenómeno deve-se essencialmente ao facto de se estudarem apenas placas com um reforço longitudinal, sendo certo que as diferenças entre os vários modelos seriam maiores no caso de se terem dois ou mais reforços longitudinais. Contudo, atente-se para o facto de se verificarem as médias mais baixas para o Modelo 1 – 1 *General Shape c*/ torção, tanto para  $\alpha = 1$  como para  $\alpha = 2$ , ainda que as diferenças observadas sejam pequenas, o que indica que se obtiveram as resistências últimas máximas ao esforço normal pela formulação da EN 1993-1-5 [8] quando se considera a rigidez de torção na quantificação da carga crítica, o que é condizente com o que foi referido anteriormente no [Cap. 4](#).

É importante notar a existência de algumas geometrias com  $\alpha = 2$  cujo quociente  $N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$  é inferior à unidade, exclusivamente para os modelos de cálculo 1, 2 e 3, à exceção do modelo 4 que segue o procedimento definido na EN 1993-1-5, o que mostra que essas geometrias apresentam uma resistência última obtida numericamente inferior à que foi obtida pela norma, o que se encontra contra a segurança estrutural do elemento.

Em conclusão, pode afirmar-se que para o caso de aplicação de um esforço axial numa placa com um reforço longitudinal a meia altura da secção transversal:

- 1) O estudo para as 40 primeiras geometrias, correspondente a placas metálicas com  $\alpha = 1$ , é mais ajustado do que para as segundas 40 geometrias, com  $\alpha = 2$ , uma vez que, para além de não existirem situações com o valor do quociente  $N_{b,FEM}/N_{b,Rd}$  inferior à unidade, apresentam resultados com médias mais próximas da unidade (contudo sempre superiores, garantindo resultados não muito conservativos), conjugados com desvios-padrão pequenos, a que corresponde uma menor dispersão dos valores obtidos.
- 2) No que diz respeito à comparação entre modelos numéricos, enquanto que para  $\alpha = 1$  o estudo é pouco esclarecedor, dada a semelhança e proximidade nos resultados obtidos, para  $\alpha = 2$  verifica-se que o Modelo 3 – 1 *General Shape s*/ torção foi aquele que teve melhores resultados, uma vez que, embora existam 20% de geometrias onde a segurança estrutural do elemento não foi garantida, é o que conduz à melhor conjugação do valor da média e do desvio-padrão, associando o segundo menor desvio-padrão a uma média condizente com resultados que se encontrem do lado da segurança e que simultaneamente não sejam muito conservativos.
- 3) Tal verifica-se ser o caso do Modelo 4 – EN 1993-1-5, onde, embora se verifique uma menor dispersão dos resultados, estes são muito conservativos, uma vez que estão associados a uma média bastante elevada em comparação com os restantes modelos de cálculo, o que indicia que a metodologia de cálculo da norma para a obtenção da tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$ , melhor calibrada para fatores de forma pequenos, como seja  $\alpha = 1$ , conduz a resultados muito conservativos para fatores de forma superiores, da ordem de  $\alpha = 2$ .

## 6.2.2. Momento fletor $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$

Na Figura 6.3 e na Tabela 6.2, apresentam-se os rácios entre as resistências numéricas e regulamentares,  $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$ , obtidas para o caso de aplicação de um momento fletor, M.

Tabela 6.2: Estudo estatístico da relação  $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$  correspondente a 80 geometrias

$M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$	$\alpha = 1$					
	avg	std	$N_{cases} < 1,0$	$N_{cases} < 0,9$	Mín.	Máx.
<b>MODELO 1</b>	1,422	14,6%	0%	0%	1,189	1,716
<b>MODELO 2</b>	1,423	14,6%	0%	0%	1,189	1,716
<b>MODELO 3</b>	1,422	14,6%	0%	0%	1,189	1,716
<b>MODELO 4</b>	1,423	14,6%	0%	0%	1,189	1,716
	$\alpha = 2$					
<b>MODELO 1</b>	1,390	12,4%	0%	0%	1,197	1,650
<b>MODELO 2</b>	1,394	12,5%	0%	0%	1,197	1,657
<b>MODELO 3</b>	1,391	12,4%	0%	0%	1,197	1,652
<b>MODELO 4</b>	1,398	12,4%	0%	0%	1,197	1,656

Fazendo uma análise à Tabela 6.2, verifica-se que os resultados são bastante diferentes dos apresentados na Tabela 6.1, referente à atuação de uma compressão uniforme. Verifica-se que as primeiras 40 geometrias, com  $\alpha = 1$ , são agora as que apresentam resultados mais conservativos e com maior dispersão, o que é claro nas médias e desvios-padrão obtidos. Acresce que, com qualquer um dos modelos, os resultados são todos superiores a 1,20, o que mostra que os modelos numéricos fornecem resistências sempre bastante superiores ao que se obtém pela formulação regulamentar.

De facto, verificam-se médias relativamente elevadas, quer para  $\alpha = 1$ , quer para  $\alpha = 2$ , o que está diretamente relacionado com a possibilidade de plastificação quase total do sub-painel tracionado no cálculo de  $M_{eff,y,FEM}$ , que se regista no cálculo numérico, algo que não é permitido ao obter  $M_{eff,y,Rd}$  pela formulação regulamentar. Na realidade, tendo em conta que se aplica um momento fletor e se tem por isso  $\psi = -1$ , e que o reforço se encontra a meia altura do painel, ele não é solicitado até ao início da encurvadura do sub-painel comprimido, funcionando apenas como um apoio sobre a linha neutra elástica linear. Contudo, após se dar esta encurvadura da placa comprimida, o sub-painel comprimido consegue transferir parte da compressão para o reforço, a que corresponde a descida da linha neutra da secção, enquanto que do lado das trações se inicia a plastificação da mesma, o que não é “aceite” regulamentarmente numa secção da Classe 4 (Figura 6.4). Esta é a razão pela qual os resultados de  $M_{eff,y,FEM}$  são tão superiores relativamente aos de  $M_{eff,y,Rd}$ , e, conseqüentemente, as médias obtidas para  $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$  serem relativamente elevadas.

Para além disso, o facto de se verificarem diferenças maiores para  $\alpha = 1$  em relação a  $\alpha = 2$ , está relacionado com a obtenção de tensões críticas  $\sigma_{cr,p}$  superiores no primeiro caso, dado a placa ter menor comprimento total,  $a$ , pelo que a sua resistência à atuação de um momento fletor é maior.

-- média (b)    - - -10%    ● S690 (Y = 25)    ● S690 (Y = 50)    ● S690 (Y = 75)    ● S690 (Y = 100)

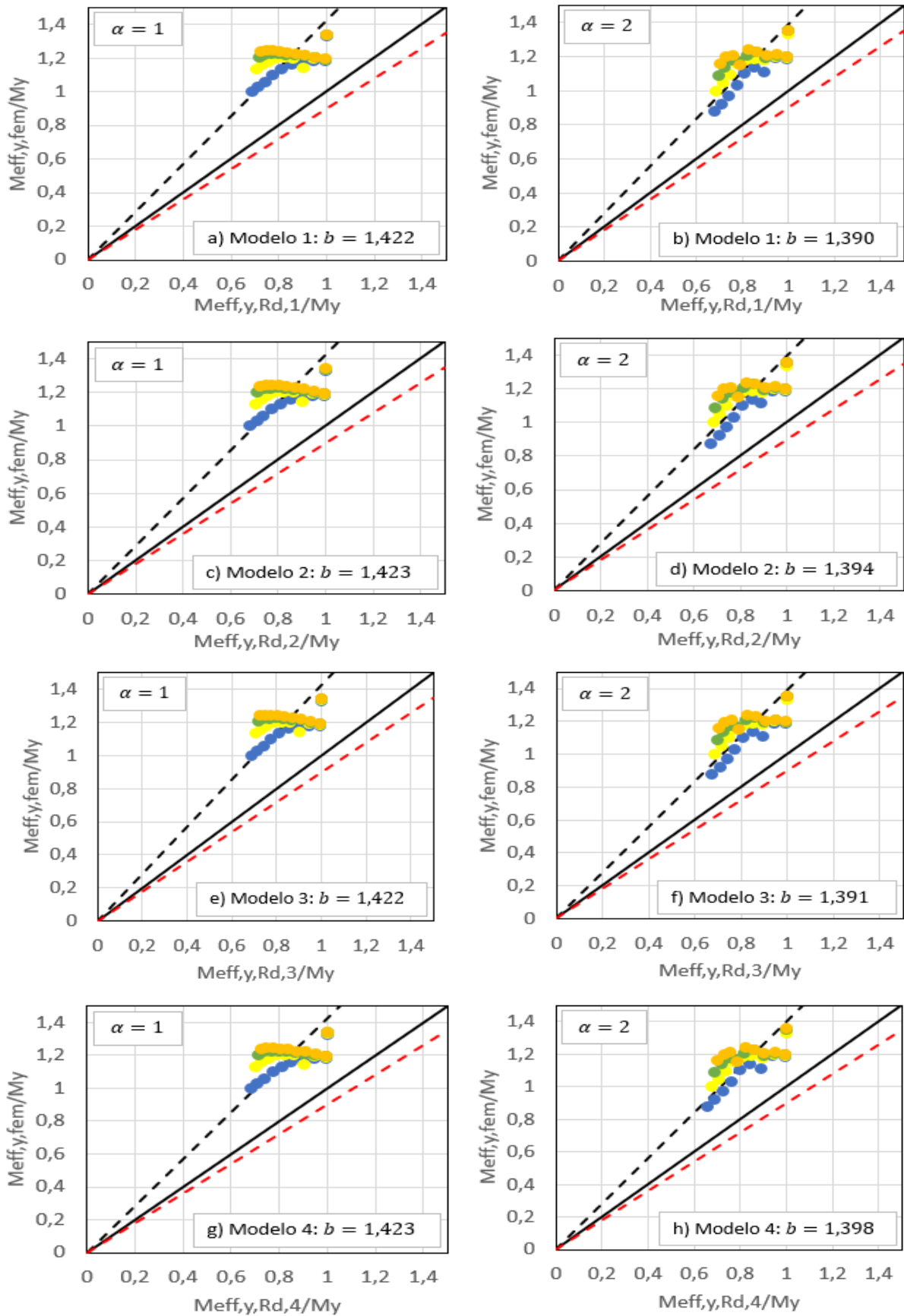


Figura 6.3: Gráficos de  $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd}$  – Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)], Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)]



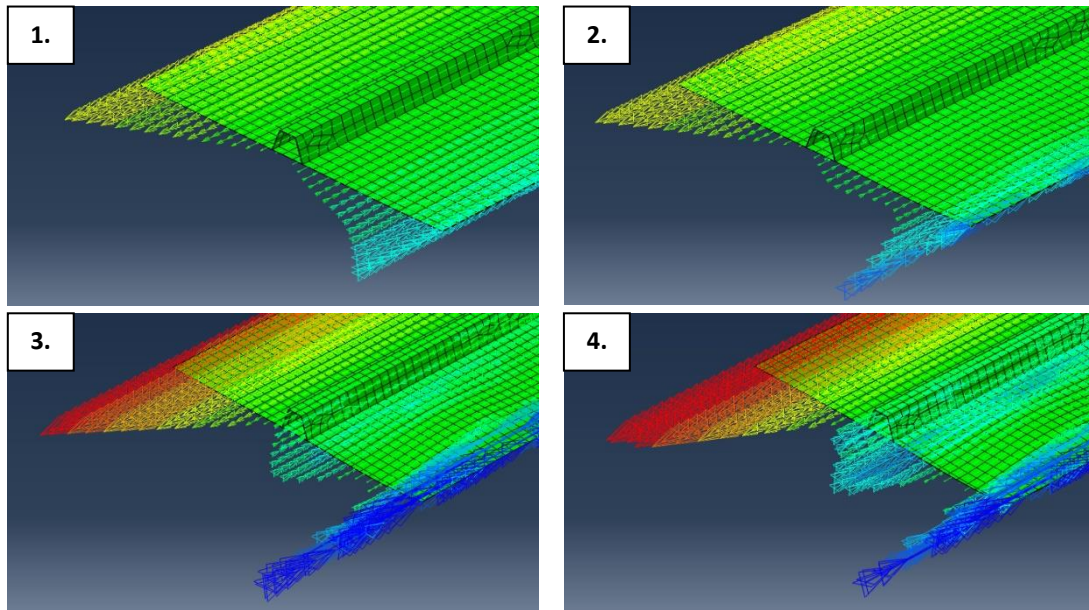


Figura 6.4: Efeito do reforço longitudinal na evolução das tensões de compressão ao longo de uma placa metálica reforçada sujeita a flexão pura

Em conclusão, no caso de placas com um reforço longitudinal a meia altura da secção, sujeitas a momentos flectores aplicados na direcção de maior inércia:

- 1) Todos os modelos de cálculo aparentam ser muito conservativos e com grande dispersão de resultados, algo que é facilmente reconhecido pelas médias e desvios-padrão elevados.
- 2) Desta forma, as resistências últimas obtidas numericamente foram sempre 1,20 vezes superiores ao que se obtém pela formulação regulamentar, i.e., o quociente  $M_{eff,y,FEM}/M_{eff,y,Rd} > 1,20$ .
- 3) Acresce que a rigidez de torção do reforço tem pouca ou nenhuma influência nestes resultados.
- 4) Mais uma vez, isto deve-se essencialmente ao facto de se considerar apenas um reforço longitudinal posicionado no centro geométrico da secção. Para além disso, o modo de encurvadura do sub-painel comprimido envolve muito pouco a rigidez de torção do reforço.
- 5) Analisando comparativamente os resultados obtidos pelos quatro modelos, são pequenas as diferenças registadas, quer para  $\alpha = 1$ , como para  $\alpha = 2$ . É de salientar novamente a média mais baixa conjugada com um pequeno desvio-padrão do Modelo 3 – 1 *General Shape s/* torção quando  $\alpha = 2$ , em comparação com os restantes modelos, à semelhança do que se verificou para placas sujeitas a esforço axial.

### 6.2.3. Esforço transversal $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$

Na Figura 6.5 e na Tabela 6.3, apresentam-se os rácios entre as resistências numéricas e regulamentares,  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$ , obtidas para o caso de aplicação de um esforço transversal, V.

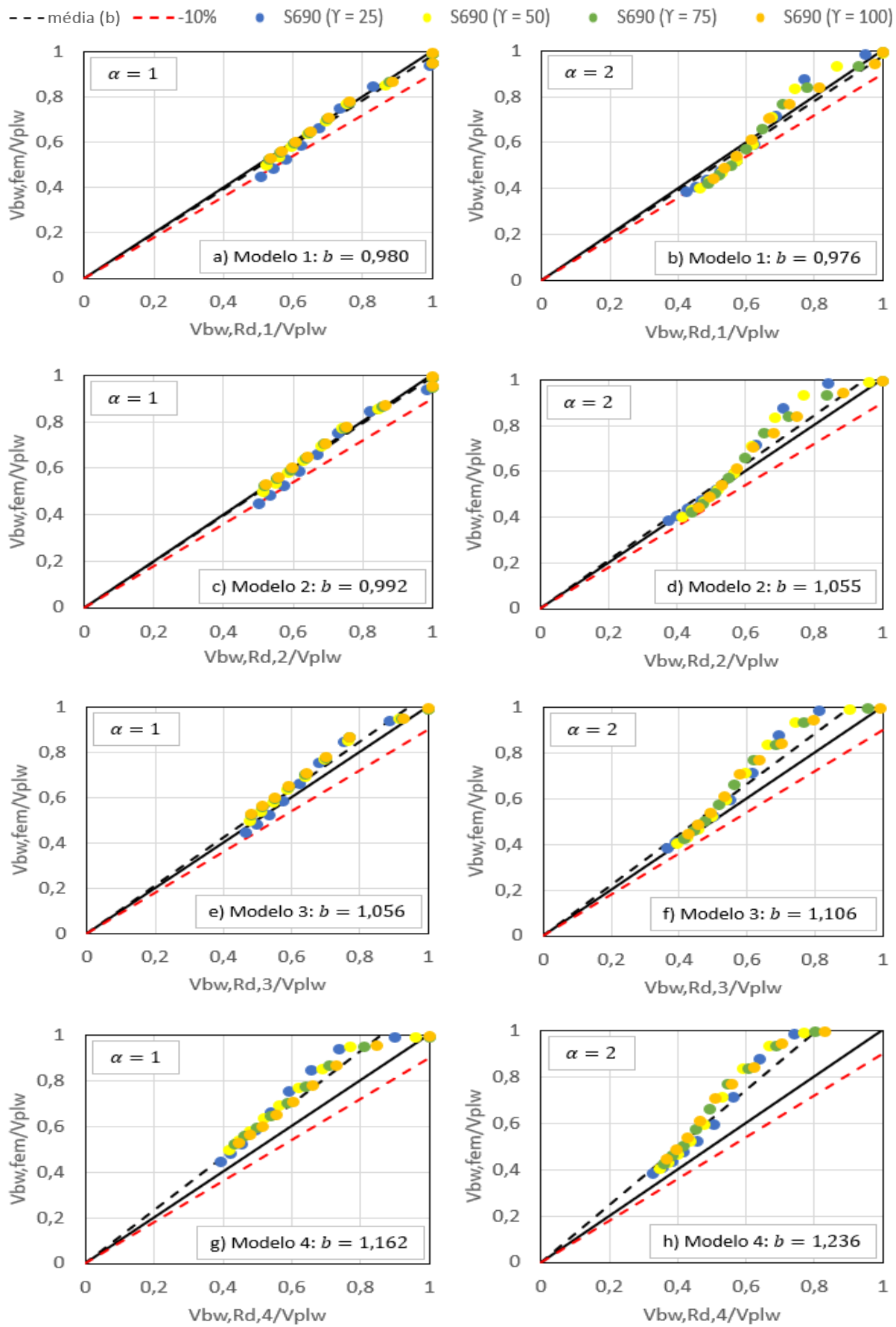


Figura 6.5: Gráficos de  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$  Modelo 1 [a) e b)], Modelo 2 [c) e d)], Modelo 3 [e) e f)] e Modelo 4 [g) e h)]

Tabela 6.3: Estudo estatístico da relação  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$  correspondente a 80 geometrias

$V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$	$\alpha = 1$					
	<i>avg</i>	<i>std</i>	$N_{cases} < 1,0$	$N_{cases} < 0,9$	<i>Mín.</i>	<i>Máx.</i>
<b>MODELO 1</b>	0,980	3,4%	72,5%	5%	0,877	1,023
<b>MODELO 2</b>	0,992	3,5%	40%	5%	0,888	1,038
<b>MODELO 3</b>	1,056	4,9%	17,5%	0%	0,960	1,125
<b>MODELO 4</b>	1,162	8,2%	5%	0%	0,992	1,285
	$\alpha = 2$					
<b>MODELO 1</b>	0,976	7,4%	57,5%	17,5%	0,868	1,142
<b>MODELO 2</b>	1,055	7,9%	25%	0%	0,953	1,238
<b>MODELO 3</b>	1,106	8,9%	2,5%	0%	0,999	1,270
<b>MODELO 4</b>	1,236	11,5%	0%	0%	1,001	1,417

Da análise da Tabela 6.3, verifica-se que é claramente na situação de placas reforçadas longitudinalmente sujeitas ao corte que se fazem sentir as maiores diferenças nos resultados obtidos através dos diferentes modelos. De facto, verifica-se a existência de muitos casos com quociente  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$  inferior à unidade, seja para  $\alpha = 1$  ou  $\alpha = 2$ , verificando-se inclusive situações onde esse quociente é inferior a 0,90, fora da margem considerada pelo coeficiente de segurança regulamentar. Este é o caso dos resultados obtidos pelos modelos 1 e 2 que, para além de apresentarem situações em que o quociente  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd}$  é inferior a 0,90, quer para  $\alpha = 1$ , como para  $\alpha = 2$ , no caso do Modelo 1, apresentam muitos casos onde este quociente é inferior à unidade (no caso do Modelo 1 – 1 *General Shape c*/ torção mais de metade das 80 geometrias em estudo está abaixo da unidade). Note-se que o primeiro modelo diz respeito a uma metodologia de cálculo que considera o efeito da rigidez de torção do reforço longitudinal, pelo que se justifica aqui a razão pela qual a consideração da mesma no cálculo estrutural deve ser desprezada, tal como disposto na norma EN 1993-1-5 [8]. Comparando os resultados dos modelos 3 e 4, verifica-se que o Modelo 4 conduz a resultados mais conservativos. Por outro lado, o Modelo 3 – 1 *General Shape s*/ torção, ainda que apresente um número de casos com  $V_{bw,FEM}/V_{bw,Rd} < 1,0$  superior ao que se verifica para o Modelo 4 – EN 1993-1-5, é uma metodologia com médias e desvios-padrão menores, podendo ser utilizado no dimensionamento de placas com reforços longitudinais.

Concluída a apresentação do estudo das resistências obtidas numericamente, analisando individualmente o comportamento das placas reforçadas longitudinalmente quando sujeitas ao esforço axial, momento fletor e esforço transversal, tem interesse rever algumas considerações relativas ao Modelo 4 – EN 1993-1-5. Da análise dos resultados obtidos, verifica-se ser uma metodologia de cálculo conservativa, estando sempre associada a valores de médias bastante elevados. Por outro lado, mostra ser uma metodologia que se encontra bem calibrada para o cálculo da tensão crítica  $\sigma_{cr,p}$ , quer para o esforço axial, como para o momento fletor, pois é clara a proximidade que existe em relação aos resultados obtidos para os restantes modelos, embora a análise contemple apenas o caso de placas compostas por um único reforço longitudinal. Contudo, para o esforço transversal, não se deve

considerar a rigidez de torção do reforço na obtenção da tensão crítica  $\tau_{cr}$ , e, conseqüentemente, na quantificação da resistência última, dado que conduz a um valor superior ao obtido numericamente utilizando a formulação atual da EN 1993-1-5 [8]. Assim, o Modelo 3 – 1 *General Shape s/* torção é aquele que permite obter melhores resultados, podendo também utilizar-se o Modelo 4 – EN 1993-1-5, embora conduza a resultados mais conservativos.

### 6.3. Influência dos banzos no cálculo da resistência última ao corte $V_{b,Rd}$

Pretende-se finalmente analisar a influência da contribuição dos banzos na resistência ao corte de vigas de secção soldada. Utilizando o Modelo 3, consideram-se as seguintes 20 geometrias de placas e vigas com um reforço longitudinal a meia altura da secção com as seguintes relações de áreas:  $A_f/A_w = [0; 0,25; 0,50; 1]$ . A Figura 6.6 mostra a comparação entre as resistências ao esforço transversal obtidas numericamente e através da formulação da EN 1993-1-5, sendo que  $V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd}$ . Verifica-se que para almas muito esbeltas ( $\bar{\lambda}_w \geq 1,5$ ) a dispersão de resultados é relativamente reduzida, existindo uma boa correlação entre as resistências últimas obtidas pela EN 1993-1-5 e numericamente. Já para as almas de esbelteza intermédia o mesmo não se verifica, observando-se uma maior dispersão nos resultados, o que resulta da má calibração da contribuição da resistência ao corte dos banzos,  $V_{bf,Rd}$ , na resistência última ao corte do perfil,  $V_{b,Rd}$ . Note-se que para valores de  $A_f/A_w$  intermédios, o valor de  $V_{FEM}/V_{pl}$  tende a aumentar, ao passo que para valores de  $A_f/A_w$  superiores, esse resultado tende a ser menor. Ora, isto deve-se essencialmente ao facto de, para  $A_f/A_w \leq 0,5$ , a EN 1993-1-5 subestimar o valor da resistência ao corte dos banzos, ao passo que para banzos com  $A_f/A_w > 0,5$ , sobrestima essa contribuição. Desta forma, verificam-se resistências regulamentares ao esforço transversal superiores às que se obtêm numericamente quando se consideram banzos com grandes áreas, algo também referido nos estudos de Jáger e Kövesdi [6, 7]. Quando a esbelteza normalizada da alma é baixa,  $\bar{\lambda}_w \leq 1,0$ , a dispersão volta a ser menor porque se trata nesse caso de quantificar a resistência plástica ao corte da secção, o que ambos os modelos fazem novamente de forma relativamente precisa.

- ID1\_ID5:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 80 a 240 /  $\gamma = 25$  /  $\alpha = 1$       ▪ ID6\_ID10:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 80 a 240 /  $\gamma = 50$  /  $\alpha = 1$
- ID11\_ID15:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 80 a 240 /  $\gamma = 25$  /  $\alpha = 2$       ▪ ID16\_ID20:  $\frac{h_w}{t_w}$  entre 80 a 240 /  $\gamma = 50$  /  $\alpha = 2$

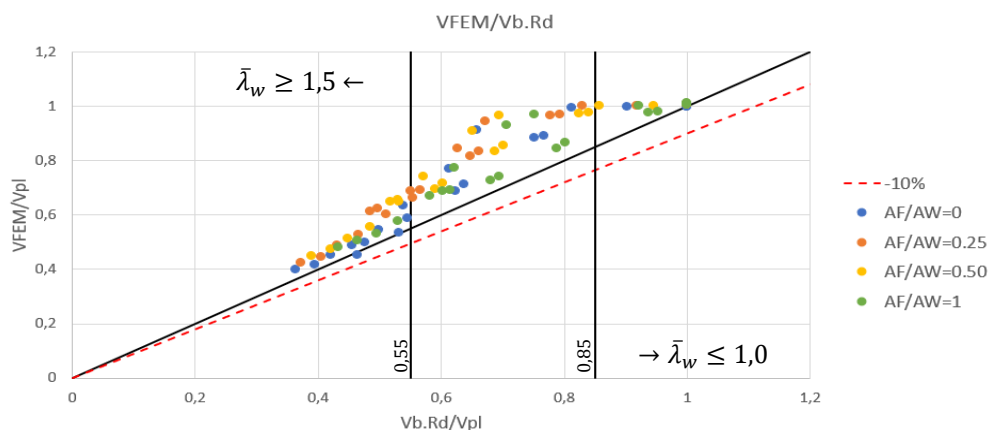


Figura 6.6: Influência da contribuição dos banzos no cálculo de  $V_{b,Rd}$  em função da esbelteza normalizada

## 7. ESTUDO DE INTERAÇÃO N-M-V

O Capítulo 7 apresenta o estudo da interação de esforços N-M-V em placas e vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente. Note-se que é relativamente a estas equações de interação que se direciona esta investigação, prosseguindo os estudos numéricos e experimentais de Sinur e Beg [4, 5], e Jáger e Kövesdi [6, 7], para a interação M-V de vigas de alma cheia reforçadas e não reforçadas. Pretende-se analisar neste capítulo os efeitos associados à existência de uma compressão nas vigas de aço de alta resistência S690, aferindo a formulação desenvolvida por Biscaya a este caso concreto.

### 7.1. Interação N-M-V de acordo com a nova proposta de Biscaya

Biscaya [33, 34, 35] analisou o comportamento de vigas de alma cheia à interação N-M-V, tendo verificado incoerências entre a superfície de resistência definida pela norma EN 1993-1-5 [8], e a superfície obtida através de modelos numéricos e ensaios experimentais. Assim, desenvolveu e testou uma nova formulação utilizando numerosos casos de estudo em aço S355. Pretende-se aferir os seus resultados no caso de vigas de aço de alta resistência S690, com um reforço longitudinal a meia altura da secção.

Deste modo, interessa em primeiro lugar expor esta formulação alternativa. Considerem-se assim as seguintes relações entre esforços atuantes e resistentes, tendo em consideração a excentricidade relativamente à encurvadura local,  $e_N$ :

$$\begin{aligned} \eta_{1.M} &= \frac{M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_N}{M_{eff,Rd}} & \bar{\eta}_3 &= \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} & \eta_{1.N} &= \frac{N_{Ed}}{N_{eff,Rd}} \end{aligned} \quad (7.1)$$

que não devem ser superiores à unidade, o que corresponde a verificar a segurança relativamente a cada um dos esforços individualmente. Admita-se agora que o esforço axial  $N_{Ed} > 0$  (i.e., de compressão, de acordo com a notação utilizada na EN 1993-1-5) e que  $\bar{\eta}_3 \geq 0,5k$ . Nestas condições, a nova superfície que assegura a verificação da segurança para a interação N-M-V corresponde às inequações seguintes:

$$\eta_{1.M} + \eta_{1.N} + \left(1 - \frac{M_{f,N,Rd}}{M_{eff,Rd}} - \eta_{1.N}\right) \left(\frac{2\bar{\eta}_3}{k} - 1\right)^\mu \leq 1, \quad \eta_{1.M} \geq \frac{M_{f,N,Rd}}{M_{eff,Rd}} \quad (7.2)$$

$$\bar{\eta}_3 \leq k + \frac{V_{bf,N,Rd}}{V_{bw,Rd}} \left[1 - \left(\frac{M_{Ed}}{M_{f,N,Rd}}\right)^2\right], \quad \eta_{1.M} < \frac{M_{f,N,Rd}}{M_{eff,Rd}} \quad (7.3)$$

com  $k$  a ser definido da seguinte maneira:

$$k = \begin{cases} 1 & , \eta_{1.N} \leq \left(\frac{V_{b,Rd}}{V_{bw,Rd}} - 1\right) / i \\ \frac{V_{b,Rd}}{V_{bw,Rd}} - i \cdot \eta_{1.N} & , \left(\frac{V_{b,Rd}}{V_{bw,Rd}} - 1\right) / i < \eta_{1.N} \leq \frac{N_{f,Rd}}{N_{eff,Rd}} \\ \sqrt{\frac{1 - \eta_{1.N}^\beta}{\xi}} & , \eta_{1.N} > \frac{N_{f,Rd}}{N_{eff,Rd}} \end{cases} \quad (7.4)$$

onde:

- $M_{f,N,Rd}$  representa o momento fletor resistente da secção efetiva dos banzos reduzida para ter em conta a presença do esforço normal da seguinte maneira:  $M_{f,N,Rd} = M_{f,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{f,Rd}}\right)$ , garantindo sempre que  $N_{Ed} \leq N_{f,Rd}$ . Caso contrário, deve considerar-se  $M_{f,N,Rd} = 0$ .
- $M_{eff,Rd} = W_{eff} \times f_y$       ▪  $N_{f,Rd} = (A_{f1} + A_{f2}) \times f_{yf}$       ▪  $\mu = \left(\frac{M_{f,N,Rd}}{M_{eff,Rd}} + 0,2\right)^{15} + 1$
- $V_{bw,Rd}$  e  $V_{bf,Rd}$  descritos pelas Eq. 3.23 e Eq. 3.28 (considerando  $M_{Ed} = 0$ ), respetivamente, e com  $V_{b,Rd}$  definido pela Eq. 3.22.
- $V_{bf,N,Rd} = V_{b,Rd}(1 - i \cdot \eta_{1,N}) - V_{bw,Rd} \geq 0$       ▪  $i = \frac{1}{2} - e^{-\bar{\lambda}} \geq 0$
- $\beta = 1 + \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \leq 2$       ▪  $\xi = \frac{1 - \left(\frac{N_{f,Rd}}{N_{eff,Rd}}\right)^\beta}{\left(1 - i \cdot \frac{N_{f,Rd}}{N_{eff,Rd}}\right)^2}$

Para aplicar esta formulação é necessário utilizar a esbelteza normalizada da alma. No caso de vigas de alma cheia não reforçadas tem-se simplesmente que  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}}$ , ao passo que no caso de almas com reforços longitudinais, considera-se a hipótese de  $\bar{\lambda} = \max(\bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,loc}}}; \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}})$ . Neste cálculo devem ser consideradas as esbeltezas normalizadas obtidas para a compressão pura, dado que esta parte da interação foi definida no plano N-V.

## 7.2. Metodologia de estudo e superfície de interação

A interação N-M-V em placas metálicas e vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente utilizou as 80 geometrias de placas, com esbeltezas  $\frac{h_w}{t_w}$  a variar entre 60 e 240, e valores de rigidez de flexão relativa,  $\gamma$ , iguais a 25, 50, 75 e 100, conforme introduzidas no [Cap. 4](#). Contudo, tornou-se necessário reduzir o número de casos dado que se introduziu uma nova variável que consiste na existência de banzos, passando da análise de placas para a de vigas de alma cheia com um reforço longitudinal, o que tornou todo este estudo mais “pesado” no que diz respeito a modelações numéricas, dada a necessidade de se realizarem muito mais análises numéricas para obter as resistências últimas tendo em consideração a interação de esforços N-M-V. Assim, decidiu-se reduzir as 80 geometrias iniciais para 20, o que foi feito reduzindo a gama de valores de  $\frac{h_w}{t_w}$  e  $\gamma$ . Deste modo, as esbeltezas agora em estudo são  $h_w/t_w = [80, 120, 160, 200, 240]$ , enquanto que para a rigidez de flexão relativa dos reforços se passa a ter apenas  $\gamma = [25, 50]$  (que corresponde aos valores mais correntes na prática). De notar que os restantes parâmetros se mantêm, nomeadamente o valor do fator de forma, que toma os valores  $\alpha = 1$  ou  $\alpha = 2$ . São assim definidas as 20 geometrias para o estudo final de interação N-M-V:

- ID1\_ID5:  $h_w/t_w = [80, 120, 160, 200, 240]$ ,  $\gamma = 25$  e  $\alpha = 1$
- ID6\_ID10:  $h_w/t_w = [80, 120, 160, 200, 240]$ ,  $\gamma = 50$  e  $\alpha = 1$
- ID11\_ID15:  $h_w/t_w = [80, 120, 160, 200, 240]$ ,  $\gamma = 25$  e  $\alpha = 2$
- ID16\_ID20:  $h_w/t_w = [80, 120, 160, 200, 240]$ ,  $\gamma = 50$  e  $\alpha = 2$

Contudo, torna-se necessário introduzir a transição de placas metálicas para vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente, com a consideração dos banzos. Deste modo, definem-se quatro valores para o rácio  $A_f/A_w = [0; 0,25; 0,50; 1]$ , para avaliar a contribuição dos banzos no comportamento da secção do painel de alma com um reforço a meia altura. Note-se que o valor  $A_f/A_w = 0$  corresponde à interação N-M-V de placas sem banzos. Com base nestas relações, definem-se a largura e a espessura dos banzos através de:

$$b_f = \sqrt{8 \times A_f} \quad t_f = \frac{b_f}{8} \quad (7.5)$$

Importa referir que esta investigação considera secções simétricas, com banzos idênticos. A interação dos esforços N-M-V de vigas de alma cheia com banzos de diferentes dimensões é também um estudo com interesse, identificado como desenvolvimento futuro.

Interessa também explicar como se avaliam as diferenças entre as resistências numéricas e as obtidas pela norma prEN 1993-1-5 [36], quando se aplicam os esforços N-M-V em simultâneo. Para tal, utiliza-se um sistema de coordenadas esféricas, como o que se apresenta na Figura 7.1, sendo as coordenadas obtidas da seguinte maneira:

- $\frac{N_{FEM}}{N_{Modelo_3}} = LPF \times \cos \theta_1 \times \cos \theta_2$
- $\frac{M_{FEM}}{M_{Modelo_3}} = LPF \times \sin \theta_1 \times \cos \theta_2$
- $\frac{V_{FEM}}{V_{Modelo_3}} = LPF \times \sin \theta_2$

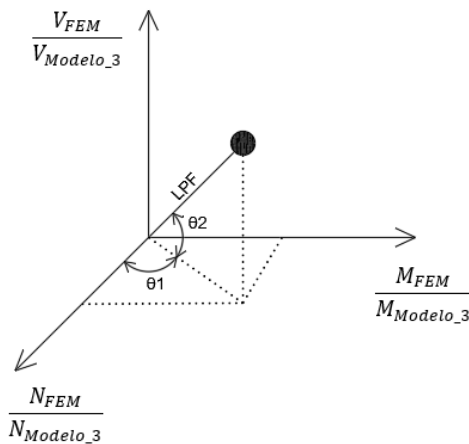


Figura 7.2: Sistema de coordenadas esféricas adotado

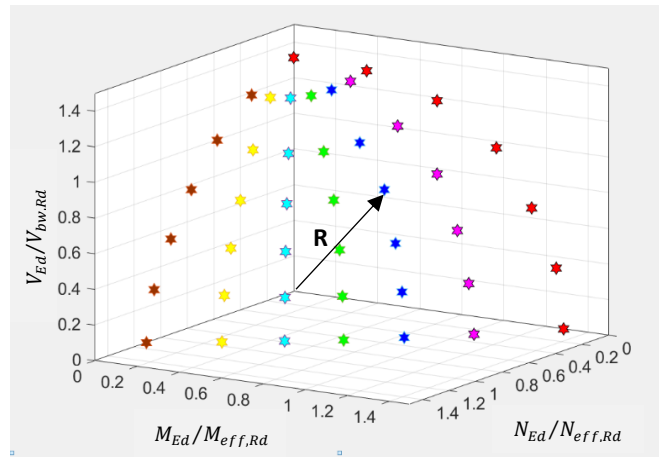


Figura 7.1: 49 pontos obtidos pelo modelo numérico para a interação N-M-V para uma dada geometria

Para o efeito, torna-se necessário definir os intervalos de variação de  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , tendo-se optado pelos sete valores seguintes  $[0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ]$ . Desta feita, obtêm-se  $7 \times 7$  pontos da superfície de interação N-M-V para cada geometria considerada (Figura 7.2). A norma de um dado ponto desta superfície com esforços atuantes  $(N_{Ed}, M_{Ed}, V_{Ed})$  é dada por  $R = \sqrt{\left(\frac{N_{Ed}}{N_{eff,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{M_{Ed}}{M_{eff,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}\right)^2}$ , em que  $(N_{eff,Rd}, M_{eff,Rd}, V_{bw,Rd})$  correspondem às resistências últimas obtidas através das fórmulas regulamentares considerando um coeficiente parcial de segurança de  $\gamma_{M1} = 1,0$ .

Assim, para cada uma das 20 geometrias adotadas, são consideradas 4 relações de  $A_f/A_w$  e 49 relações entre esforços N-M-V, o que corresponde a analisar  $20 \times 4 \times 49 = 3920$  modelos de elementos finitos no programa Abaqus [28].

Depois de definidos os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , resta agora apresentar a forma como é feita a análise que permite obter os pontos de interação N-M-V para as diferentes geometrias. Por um lado, são obtidas as resistências últimas regulamentares de cada uma das vigas de S690 para a acção dos esforços axial, momento fletor e transversal, aplicados individualmente ( $N_{Modelo_3}$ ,  $M_{Modelo_3}$ ,  $V_{Modelo_3}$ ), como foi previamente apresentado no [Cap. 6](#), e utilizando o EBPlate [21] para obter as cargas críticas de placa com a metodologia de cálculo do Modelo 3 – 1 *General Shape s/* torção. Por outro lado, são obtidas numericamente as resistências dos modelos numéricos de forma iterativa e utilizando o Método de Riks Modificado [30]. O parâmetro de carga último é designado por LPF e multiplica o valor do padrão de carga N-M-V aplicado no modelo para obter as cargas últimas de cada viga e padrão de carregamento, sendo dado por:

$$\begin{aligned}
 \blacksquare \quad N_0 &= N_{Modelo_3} \times fator_N & , \quad fator_N &= \cos \theta_1 \times \cos \theta_2 \\
 \blacksquare \quad M_0 &= M_{Modelo_3} \times fator_M & , \quad fator_M &= \sin \theta_1 \times \cos \theta_2 \\
 \blacksquare \quad V_0 &= V_{Modelo_3} \times fator_V & , \quad fator_V &= \sin \theta_2
 \end{aligned}
 \tag{7.7}$$

sendo  $N_0$ ,  $M_0$  e  $V_0$  os valores do padrão de carga inicial que realmente são aplicados em simultâneo no modelo numérico. Este padrão de carga é gerado por uma rotina desenvolvida em MATLAB [29] para o caso geral da interação de esforços N-M-V, e dá origem ao ficheiro de dados lido pelo programa de cálculo numérico automático através de uma rotina de código Abaqus-Python. Depois de resolvida a análise não linear pelo programa de elementos finitos Abaqus, as resistências obtidas numericamente para uma dada geometria de viga e padrão de carregamento são obtidas por:

$$\begin{aligned}
 \blacksquare \quad N_{FEM} &= LPF \times N_0 \\
 \blacksquare \quad M_{FEM} &= LPF \times M_0 \\
 \blacksquare \quad V_{FEM} &= LPF \times V_0
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

Para permitir a análise conjunta dos resultados obtidos, estes são normalizados às resistências últimas obtidas para as diferentes geometrias de acordo com o Modelo 3. Ou seja, procede-se à divisão das resistências numéricas pelas resistências individuais obtidas pelo Modelo 3, obtendo-se os três valores normalizados que são representados como um ponto da interação N-M-V (Figura 7.2):

$$\frac{N_{FEM}}{N_{Modelo_3}}, \frac{M_{FEM}}{M_{Modelo_3}} \text{ e } \frac{V_{FEM}}{V_{Modelo_3}}.$$

Deve referir-se que em alguns poucos casos não foi possível atingir a convergência devido a problemas associados à resolução de sistemas de equações não lineares. De facto, tal como referido no [Cap. 5](#), o algoritmo do Método de Riks Modificado apresenta, por vezes, problemas de convergência, conduzindo a resultados que não representam a solução real do problema, fenómeno conhecido comumente como “*back-tracking*”. Estas situações foram devidamente identificadas e assinaladas, tendo sido retiradas da análise estatística desta investigação. Contudo, é de realçar que estes casos representam apenas 1,4% dos 3920 modelos numéricos analisados, pelo que não têm um impacto significativo nos resultados finais obtidos.



### 7.3. Análise do plano de interação N-V

Depois de apresentados os principais fundamentos da análise, importa definir qual o valor a tomar para a esbelteza  $\bar{\lambda}$ , que no caso de uma placa sem reforços será sempre  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_p$ . Contudo, com a introdução do reforço longitudinal na secção, torna-se necessário decidir qual será a esbelteza normalizada que condiciona a resistência quando existe interação entre esforços. De facto, neste caso o parâmetro  $\bar{\lambda}$  a ser utilizado na interação é natural que seja definido como o máximo entre a esbelteza normalizada de sub-placa  $\bar{\lambda}_{loc}$ , e a esbelteza normalizada de coluna  $\bar{\lambda}_c$ , ou de placa  $\bar{\lambda}_p$ , ambas obtidas para a compressão pura. Para comprovar esta hipótese foram desenvolvidas três análises comparativas em que se fez variar o valor de  $\bar{\lambda}$ .

- PROPOSTA 1 ( $\bar{\lambda}_{loc}$ )
- PROPOSTA 2 ( $\bar{\lambda}_c$ )
- PROPOSTA 3 ( $\bar{\lambda}_p$ )

Apresentam-se na Tabela 7.1 o resumo dos resultados desta análise para o plano de interação N-V, dado ser relativamente a este que se utiliza o parâmetro  $\bar{\lambda}$ .

Tabela 7.1: Estudo estatístico relativo à escolha do parâmetro  $\bar{\lambda}$  nas equações de interação N-M-V

$R_{FEM}/R_{PROPOSTA}$	$A_f/A_w = 0$					
	avg	std	$N_{cases} < 1,0$	$N_{cases} < 0,9$	Mín.	Máx.
EN 1993-1-5	1,072	9,7%	22,5%	1,5%	0,885	1,385
PROPOSTA 1	1,089	7,1%	6,5%	0%	0,957	1,385
PROPOSTA 2	1,068	8,0%	16,7%	0%	0,904	1,385
PROPOSTA 3	1,065	7,9%	16,7%	0,7%	0,899	1,385
	$A_f/A_w = 0,25$					
EN 1993-1-5	1,133	9,7%	5,9%	0%	0,902	1,420
PROPOSTA 1	1,127	7,0%	0,7%	0%	0,982	1,405
PROPOSTA 2	1,099	7,5%	5,9%	0%	0,973	1,405
PROPOSTA 3	1,094	7,5%	8,9%	0%	0,970	1,405
	$A_f/A_w = 0,50$					
EN 1993-1-5	1,133	9,5%	2,9%	0%	0,990	1,413
PROPOSTA 1	1,103	7,4%	1,5%	0%	0,982	1,393
PROPOSTA 2	1,075	8,1%	13,1%	0,7%	0,897	1,393
PROPOSTA 3	1,070	8,2%	15,3%	0,7%	0,897	1,393
	$A_f/A_w = 1$					
EN 1993-1-5	1,101	8,1%	2,2%	0%	0,994	1,325
PROPOSTA 1	1,041	6,1%	22,2%	0%	0,928	1,314
PROPOSTA 2	1,019	7,5%	36,3%	5,9%	0,817	1,314
PROPOSTA 3	1,016	7,6 %	37,0%	5,9%	0,817	1,314

Analisando os resultados da tabela, é notório que utilizando  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{loc}$  se obtêm médias superiores e desvios-padrão inferiores para todas as relações de áreas  $A_f/A_w$  em análise, comparativamente às restantes. Para além disso, observa-se um menor número de casos em que o quociente  $R_{FEM}/R_{PROPOSTA}$  devolve valores inferiores à unidade, o que indica que, para geometrias constituídas por um único reforço longitudinal a meia altura da placa, se deve tomar na maioria das vezes  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{loc}$ , o que corresponde a utilizar a esbelteza do sub-painel.

Fazendo agora uma breve comparação dos resultados obtidos no plano N-V entre a Proposta 1, com  $\bar{\lambda}_{loc}$ , e a metodologia de cálculo sugerida pela norma EN 1993-1-5 [8], é apreciável a diferença que existe com e sem a consideração de banzos, independentemente da sua maior ou menor geometria. À medida que se aumenta a contribuição dos banzos, a média da Proposta 1 reduz-se em relação ao que se observa utilizando a norma EN 1993-1-5, verificando-se o mesmo para o desvio-padrão, o que mostra a menor dispersão dos resultados.

#### 7.4. Análise da superfície de interação N-M-V

Resume-se por fim na Tabela 7.2 a comparação dos resultados dos 3920 modelos numéricos analisados. Nas Figuras 7.3 e 7.4, apresentam-se os gráficos finais associados aos resultados da Tabela 7.2, que evidenciam o comportamento observado para os diferentes rácios  $A_f/A_w$  para as duas soluções em análise relativamente à interação de esforços N-M-V. A utilização da nova proposta de Biscaya [33, 34, 35] denota claramente uma menor dispersão de resultados com o aumento do valor da relação de áreas  $A_f/A_w$ , associado à redução do valor do parâmetro do desvio-padrão.

Tabela 7.2: Estudo estatístico dos resultados da interação de esforços N-M-V de acordo com a norma EN 1993-1-5 [8] e a proposta de Biscaya [33]

$R_{FEM}/R_{PROPOSTA}$	$A_f/A_w = 0$					
	avg	std	$N_{cases} < 1,0$	$N_{cases} < 0,9$	Mín.	Máx.
EN 1993-1-5	1,192	13,6%	6,3%	0,2%	0,890	1,637
PROPOSTA	1,200	12,9%	2,9%	0%	0,956	1,637
	$A_f/A_w = 0,25$					
EN 1993-1-5	1,214	9,8%	1%	0%	0,908	1,550
PROPOSTA	1,190	8,3%	0,4%	0%	0,978	1,405
	$A_f/A_w = 0,50$					
EN 1993-1-5	1,203	10,2%	0,3%	0%	0,988	1,600
PROPOSTA	1,158	7,5%	0,7%	0%	0,968	1,393
	$A_f/A_w = 1$					
EN 1993-1-5	1,165	10,5%	0,3%	0%	0,996	1,517
PROPOSTA	1,102	6,9%	5,4%	0%	0,930	1,314

Depois de concluídos os estudos relativos a esta investigação, incluindo a escolha do modelo de cálculo a utilizar, apresentado no [Cap. 6.2](#), e a análise às imperfeições geométricas equivalentes a considerar, conforme discutido no [Cap. 5.2](#), é agora possível analisar e discutir os resultados finais obtidos, comparando a proposta de melhoria desenvolvida por Biscaya [\[33, 34, 35\]](#) para a interação de esforços N-M-V com as formulações da norma europeia EN 1993-1-5 [\[8\]](#). Em primeiro lugar, destaca-se a discrepância que existe entre os valores de médias e desvios-padrão que se obtêm com recurso às duas metodologias de cálculo.

É evidente que a proposta funciona muito bem, em geral com médias e desvios-padrão menores, qualquer que seja a relação entre as áreas das almas e dos banzos em estudo, à semelhança do que se observou para o estudo no plano N-V. Apenas no caso de áreas  $A_f/A_w = 0$ , se obtêm uma média dos resultados ligeiramente superior, o que resulta da calibração de fraca qualidade das resistências por parte da norma EN 1993-1-5 quando as placas são muito esbeltas, o que conduz a que apenas neste caso se tenham algumas geometrias com  $R_{FEM}/R_{PROPOSTA} < 0,9$ .

Relativamente ao efeito que os banzos desencadeiam nos resultados obtidos, verifica-se que, tal como analisado no [Cap. 6.3](#), o efeito da contribuição de  $V_{bf,Rd}$  no cálculo de  $V_{b,Rd}$ , (com implicações nas equações de interação N-M-V), pode não ser o mais adequado. De facto, verifica-se que numa primeira fase, à medida que se aumenta a relação de áreas  $A_f/A_w$  entre 0 e 0,50, as médias da distribuição estatística das resistências entre modelos aumentam, sendo que para  $A_f/A_w$  entre 0,50 e 1,0, apresentam uma tendência decrescente. Pensa-se que, tal como foi referido por Jáger e Kövesdi [\[6, 7\]](#), a contribuição dos banzos pode não estar bem traduzida no valor de  $V_{bf,Rd}$  por intermédio do parâmetro  $c$ , distância entre as rótulas plásticas (ver [Cap. 3.3.5.1](#)). De facto, numa primeira fase a EN 1993-1-5 subestima o valor da resistência ao corte dos banzos, ao passo que para banzos com grandes áreas sobrestima essa contribuição.

Complementarmente, apresentam-se nas Figuras 7.5 a 7.7 algumas superfícies de interação N-M-V de acordo com a proposta de interação de Biscaya, organizadas por ordem crescente da relação de áreas  $A_f/A_w$ , de modo a que seja possível avaliar a relevância que têm alguns fatores no dimensionamento de placas metálicas e vigas de alma cheia reforçadas longitudinalmente, como sejam a esbelteza da placa metálica,  $\frac{h_w}{t_w}$ , a rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal,  $\gamma$ , e o fator de forma,  $\alpha$ .

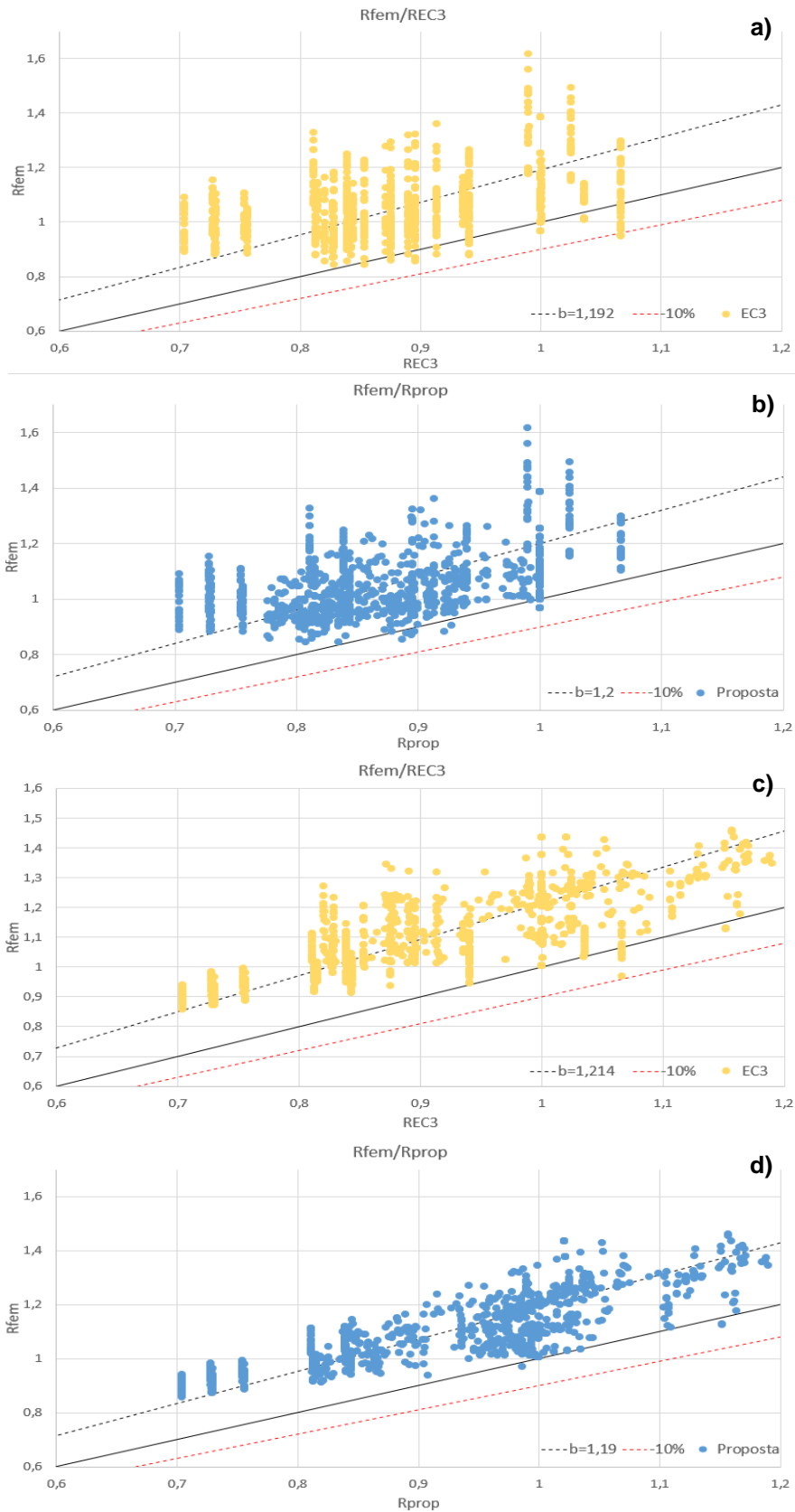


Figura 7.3: Gráficos  $R_{FEM}/R_{EC3}$  e  $R_{FEM}/R_{PROPOSTA}$  para os rácios  $A_f/A_w = 0$  [a) e b)],  $A_f/A_w = 0,25$  [c) e d)], respetivamente

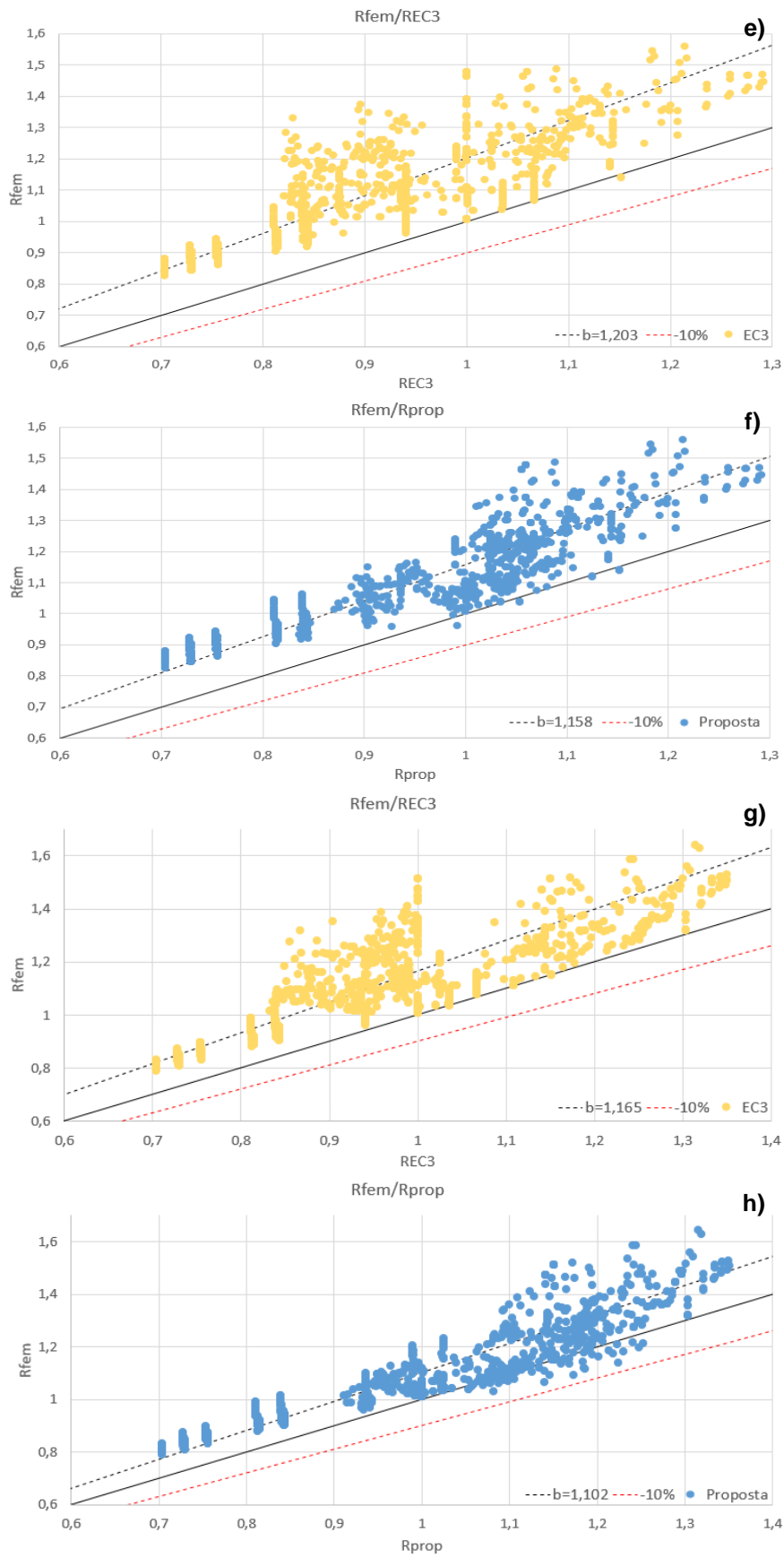
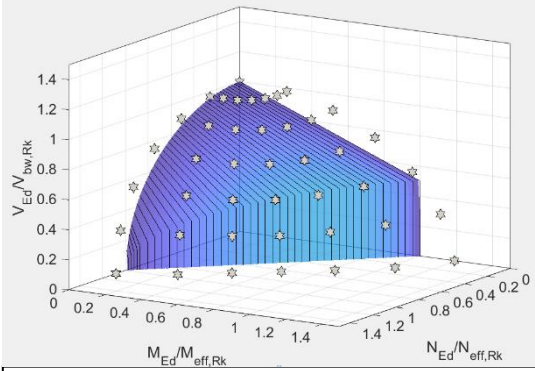
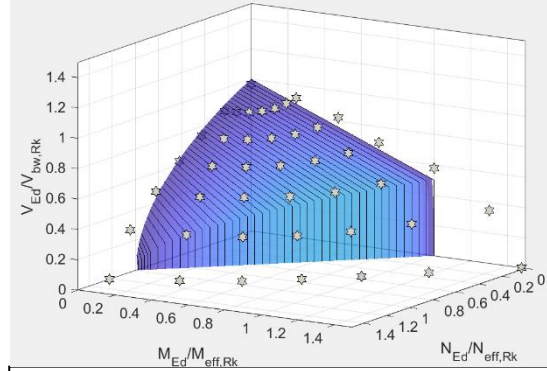


Figura 7.4: Gráficos  $R_{FEM}/R_{EC3}$  e  $R_{FEM}/R_{PROPOSTA}$  para os rácios  $A_f/A_w = 0,50$  [e) e f)],  $A_f/A_w = 1$  [g) e h)], respetivamente

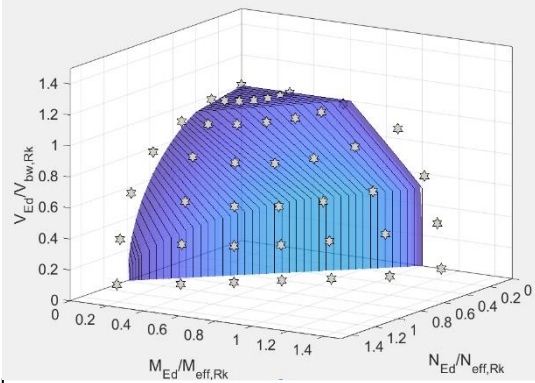
ID 1 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



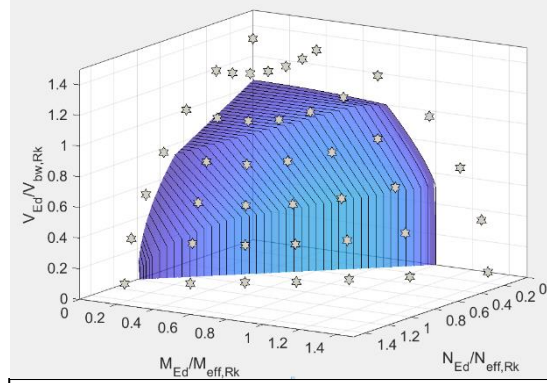
ID 5 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



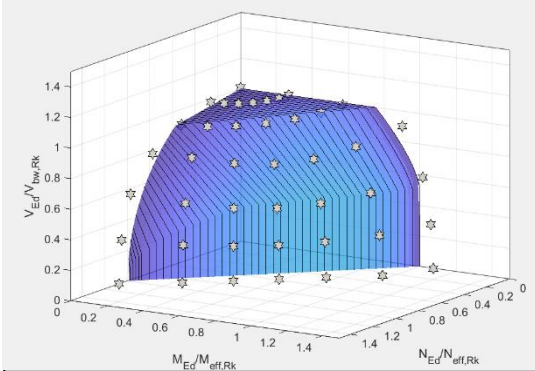
ID 1 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



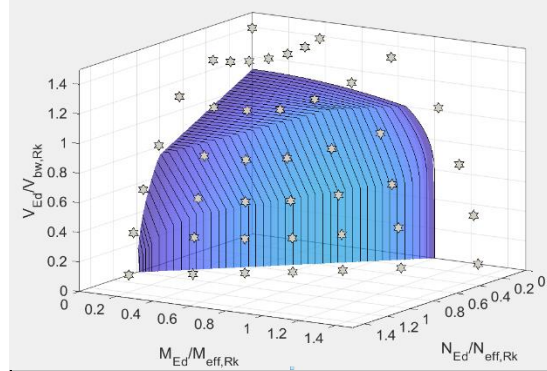
ID 5 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



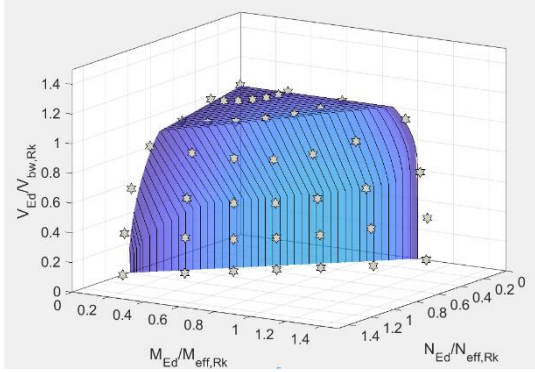
ID 1 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 5 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 1 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$



ID 5 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$

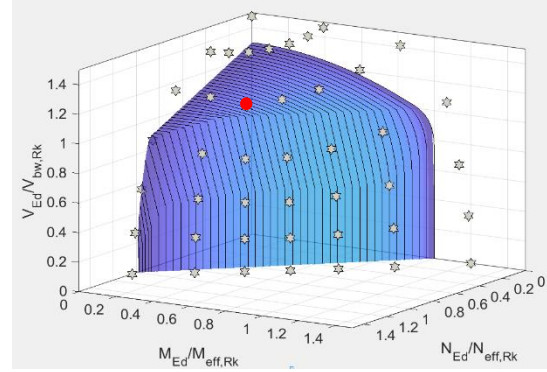
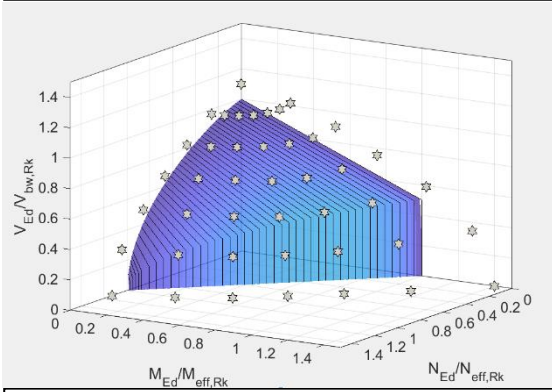
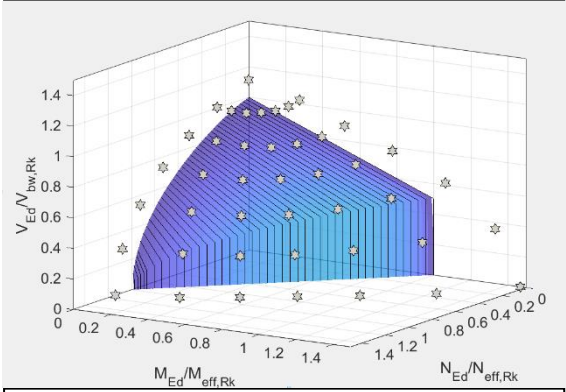


Figura 7.5: Efeito da esbelteza da placa metálica  $\frac{h_w}{t_w}$  na interação de esforços N-M-V

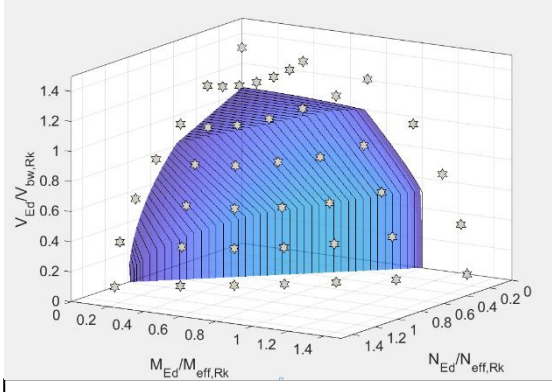
ID 3 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



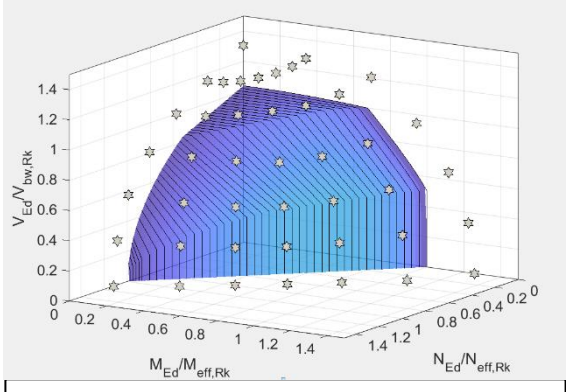
ID 8 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



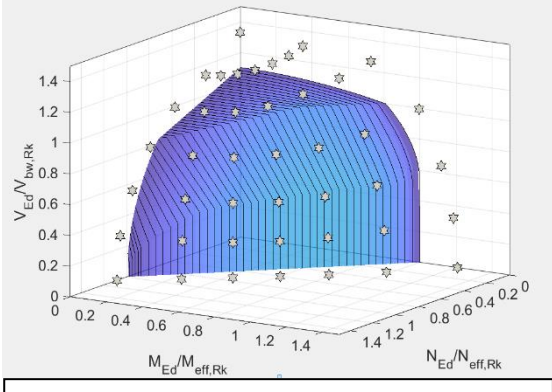
ID 3 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



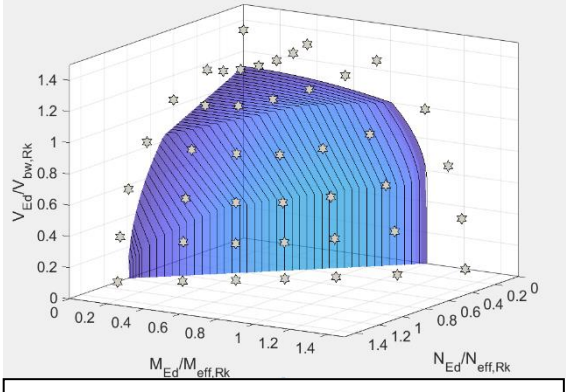
ID 8 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



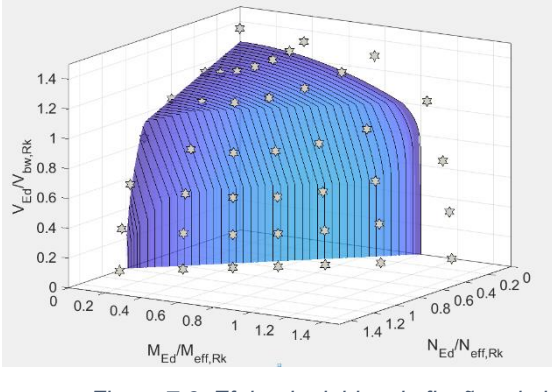
ID 3 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 8 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 3 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$



ID 8 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$

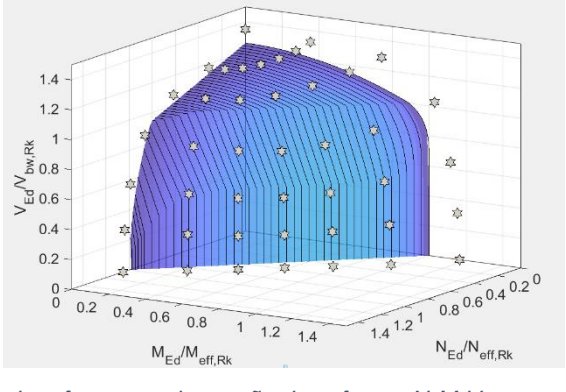
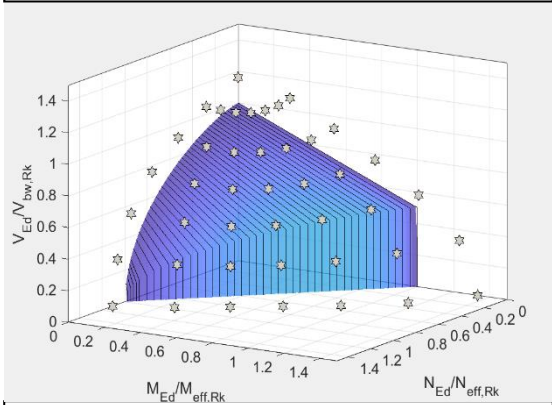
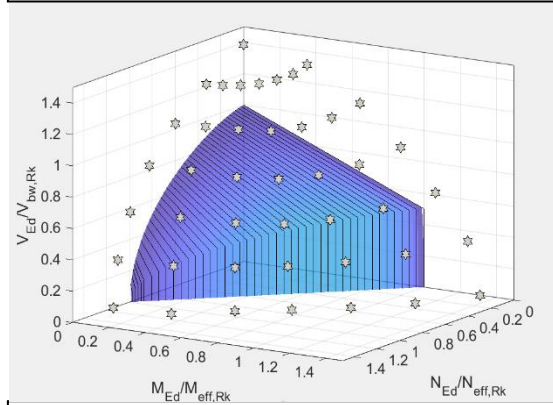


Figura 7.6: Efeito da rigidez de flexão relativa do reforço  $\gamma$  na interação de esforços N-M-V

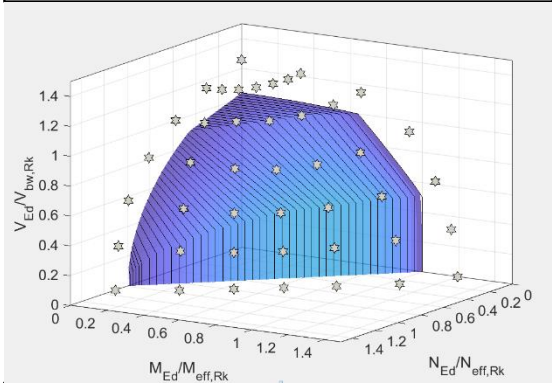
ID 7 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



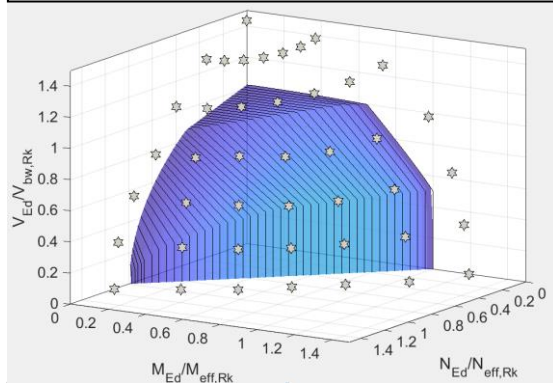
ID 17 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



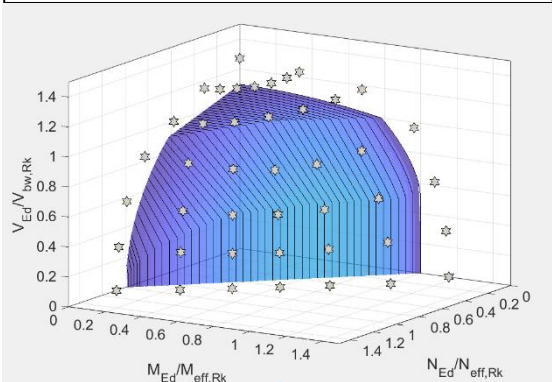
ID 7 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



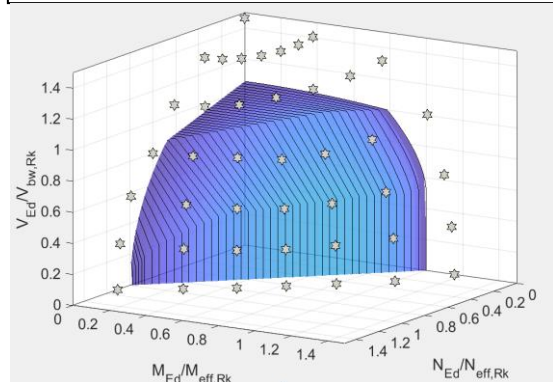
ID 17 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



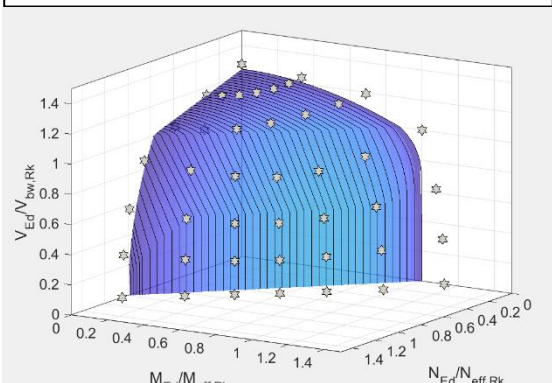
ID 7 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 17 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 7 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$



ID 17 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1$

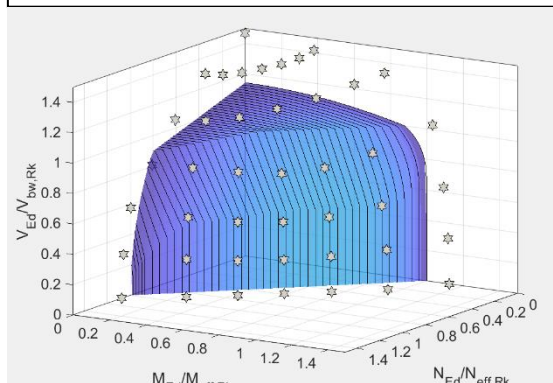


Figura 7.7: Efeito do fator de forma  $\alpha$  na interação de esforços N-M-V



Nestas figuras, os pontos de interação N-M-V sinalizados a vermelho representam casos com problemas de convergência que, como referido, não foram incluídos na estatística dos resultados apresentados. Desta forma, a sua representação é meramente ilustrativa do local onde se espera que esses pontos de interação se encontrem.

Comece-se então por analisar a Figura 7.5, onde se pretende examinar o efeito que a esbelteza da placa metálica tem no comportamento da viga de alma cheia. São notórias as diferenças que existem quando são consideradas placas pouco e muito esbeltas. Enquanto que no primeiro caso se verifica uma uniformidade entre a superfície N-M-V e os pontos de interação obtidos através de programas de cálculo numérico automático para todos os rácios  $A_f/A_w$  em estudo, o mesmo não ocorre para almas muito esbeltas, verificando-se uma grande reserva de resistência por parte da nova proposta relativamente aos modelos numéricos (que resulta da reserva de resistência fornecida pela presença de banzos). Refira-se também que quando  $A_f/A_w = 0$ , existem pontos de interação que não verificam a segurança quando a placa se encontra sujeita a grandes esforços de corte (contudo, estes casos ficariam devidamente salvaguardados com a introdução do fator parcial de segurança de 1,10).

Por outro lado, das Figuras 7.5 e 7.6 confirma-se o que foi referido acerca dos resultados da Tabela 7.2, tornando-se evidente a existência de um grande aumento da reserva de resistência quando se consideram placas com banzos, verificando-se uma redução progressiva da mesma margem quando se aumenta a área destes em relação à área da placa, existindo mesmo casos para  $A_f/A_w = 1$  que não verificam a segurança estrutural do elemento metálico.

Relativamente à influência da rigidez de flexão do reforço longitudinal na resistência da placa, a Figura 7.6 mostra que não existem grandes diferenças para placas com  $\gamma = [25; 50]$ , dado que ambos os reforços constituem um apoio efetivo da alma. Contudo, como seria de esperar, verifica-se um ligeiro aumento da reserva de resistência para valores de  $\gamma$  superiores.

Por último, analisa-se a influência do fator de forma na Figura 7.7. Verifica-se claramente que existe uma reserva nas resistências fornecidas pela norma, especialmente na quantificação da resistência ao esforço transversal quando  $\alpha = 2$ . A este respeito, confirma-se uma vez mais a influência variável que a contribuição de  $V_{bf,Rd}$  tem nos resultados finais obtidos.

As restantes superfícies de interação N-M-V não apresentadas nesta secção, são incluídas no [Anexo B](#).



## 8. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

No presente capítulo resumem-se as principais conclusões do estudo desenvolvido.

Numa fase de estudo de placas de aço S690 com um reforço longitudinal a meia altura da secção, discutiu-se no [Cap. 4](#) a consideração, ou não, da rigidez de torção do reforço longitudinal de secção fechada na obtenção das tensões críticas  $\sigma_{cr.loc}$ ,  $\sigma_{cr.p}$ , e  $\tau_{cr}$ . Verificou-se, conforme discutido no [Cap. 6](#), que a consideração da rigidez de torção do reforço não altera de forma significativa a resistência da placa submetida a um esforço normal e momento fletor. Contudo, para o cálculo de  $\tau_{cr}$  não deve ser considerada a rigidez de torção do reforço fechado, porque caso contrário a formulação da norma prEN 1993-1-5 [\[36\]](#) conduz a resultados “contra a segurança”. Deste modo, o cálculo das tensões críticas utilizando o *software* EBPlate [\[21\]](#) com o Modelo 3 – 1 *General Shape s/* torção é o que melhor se ajusta aos resultados dos modelos numéricos, o que evita a utilização das formulações aproximadas das tensões críticas fornecidas pela norma prEN 1993-1-5, que constituem aproximações conservativas.

Conclui-se também no [Cap. 6](#) que a metodologia de cálculo regulamentar não considera a redistribuição de tensões que ocorre na alma com um reforço longitudinal a meia altura quando a placa é sujeita a momentos fletores, algo que se faz notar nos resultados elevados da Tabela 6.2, que correspondem a uma grande reserva de resistência das fórmulas regulamentares para este caso concreto.

No [Cap. 7](#), analisou-se a proposta de interação N-M-V de Biscaya [\[33, 34, 35\]](#), tendo-se verificado que se deve utilizar o valor  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{loc}$  no caso de uma placa com um reforço longitudinal a meia altura da alma. Contudo, verificou-se que num caso geral se deve tomar  $\bar{\lambda} = \max(\bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr.loc}}}; \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{Ac} f_y}{\sigma_{cr.p}}})$ .

Seguiu-se a análise comparativa e discussão dos resultados obtidos utilizando as equações de interação da norma prEN 1993-1-5 e da proposta de Biscaya. Verifica-se que a nova proposta de interação N-M-V demonstra fornecer melhores resultados, com médias e dispersões menores, em relação aos resultados dos modelos numéricos.

Analisou-se também a influência de determinados parâmetros no comportamento das vigas de alma cheia quando submetidas a esforços combinados N-M-V. Verificou-se que no caso de vigas com almas de esbelteza reduzida, independentemente das dimensões dos banzos, a nova proposta parece ter um bom comportamento face aos resultados obtidos através dos modelos numéricos de elementos finitos, apresentando uma reduzida reserva de resistência. No caso de vigas com esbeltezas elevadas, verifica-se uma maior reserva de resistência qualquer que seja o modelo utilizado em relação aos resultados dos modelos numéricos. Este facto resulta em grande medida da contribuição dos banzos na resistência ao esforço transversal, embora se verifique que esta contribuição decresce com o aumento de  $A_f/A_w$ . Este facto resulta da contribuição dos banzos,  $V_{bf.Rd}$ , na resistência ao esforço transversal. A Figura 6.6 mostra que, de acordo com a norma EN 1993-1-5 [\[8\]](#), este efeito subestima a resistência ao corte da viga numa primeira fase, ao passo que para banzos de grande área parece sobrestimar a contribuição dos mesmos na resistência ao corte.

Relativamente à influência que o valor da rigidez de flexão relativa do reforço longitudinal tem no comportamento da viga de alma cheia, não se verificam grandes diferenças quando se utilizam reforços com  $\gamma = [25; 50]$ , dado que ambos os reforços constituem um apoio efetivo da alma, visto que se encontram acima do mínimo para serem considerados como rígidos. Por fim, verificam-se grandes reservas de resistência, especialmente para vigas com um fator de forma  $\alpha = 2$ .

Finalmente, referem-se alguns desenvolvimentos futuros, não só ao nível desta investigação, mas também relativos à área mais alargada da análise do comportamento das estruturas metálicas:

- Avaliação das diferenças de resultados entre o uso de imperfeições geométricas equivalentes e o uso individual de imperfeições geométricas com as tensões residuais, por forma a confirmar que o uso das primeiras é sempre uma hipótese conservativa e ajustada.
- Avaliação de outros padrões de imperfeições geométricas equivalentes e da sensibilidade das resistências últimas a elas.
- Estudo do comportamento estrutural destas e/ou de outras geometrias com  $\gamma = [75; 100]$  quando sujeitas a uma interação de esforços N-M-V para aços de alta resistência (S690).
- Análise de vigas de alma cheia com banzos assimétricos sujeitos à interação dos esforços N-M-V de acordo com a nova proposta de Biscaya [\[33, 34, 35\]](#).
- Investigação sobre qual a relação de áreas  $A_f/A_w$  a partir da qual se verifica uma inversão dos resultados numéricos em relação ao valor  $V_{bf,Rd}$  fornecido pela norma EN 1993-1-5 [\[8\]](#), e estudo de eventuais melhorias desta formulação de avaliação da contribuição dos banzos na resistência ao esforço transversal.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. O. Pedro; A. J. Reis – *Composite cable-stayed bridges: state of the art* – Proceedings of the ICE – Bridge Engineering, vol. 169, Issue 1, pags. 13-38, 2016.
- [2] J. O. Pedro; A. Reis; C. Baptista – *High strength steel (HSS) S690 in highway bridges: General guidelines for design* – Stahlbau vol. 87, Issue 6, pags. 555-564, 2018.
- [3] A. Biscaya; J.J.O. Pedro; U. Kuhlmann – *Experimental and numerical studies on the M-V-N interaction of longitudinally stiffened steel I-girders*, Structural Stability Research Council, St. Louis, Missouri, 2019.
- [4] F. Sinur – *Behaviour of longitudinally stiffened plate girders subjected to bending-shear interaction*, University of Ljubljana, PhD Thesis, 2011.
- [5] F. Sinur; D. Beg – *Moment-shear interaction of stiffened plate girders – Numerical study and reliability analysis*, J. Constr. Steel Res. 88, pags. 231-243, 2013.
- [6] B. Jáger; B. Kövesdi; L. Dunai – *I-girders with unstiffened slender webs subjected by bending and shear interaction*, J. Constr. Steel Res. 131, 2017.
- [7] B. Jáger; B. Kövesdi; L. Dunai – *Bending and shear buckling interaction behaviour of I-girders with longitudinally stiffened webs*, J. Constr. Steel Res. 145, 2018.
- [8] EN 1993-1-5 – *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated Structural elements*, CEN, 2006.
- [9] A. Biscaya; J.J.O. Pedro; U. Kuhlmann – *Ultimate Strength of Slender Plate Girders under combined Shear, Bending and Compression*, Eurosteel, Sheffield, 2020.
- [10] A. J. Reis; D. Ribeiro – *The New Metro of Oporto – A variety of Bridge projects, Proceedings*, IABSE Symposium, Weimar, 2007.
- [11] A. J. Reis; J. M. Cremer; A. Lothaire; N. Lopes – *“The Steel design for the new railway bridge over River Sado in Portugal”*, *Steel Construction* nº4, vol. 3 – pags. 201-211, 2010.
- [12] A. J. Reis; N. Lopes – *“Two large span roofs for euro 2004 Football Stadium: Design and erection”*, *Proceeding Eurosteel*, Maastrich, The Netherlands, 2005.
- [13] A. J. Reis; N. Lopes; L. Salvador – *“Uma Estrutura especial para um silo de clinker em Alexandria, Egipto”*, *Actas do V Congresso de CMM*, Lisboa, 2005.
- [14] J. Martins, *Behaviour of cylindrically curved steel panels under in-plane stresses* (Tese de Doutoramento) Universidade de Coimbra, Coimbra, 2014.
- [15] S. Piculin – *Stability of stiffened curved steel plates in bridge girders*, University of Ljubljana, PhD Thesis, 2020.
- [16] B. Kövesdi; J. Alcaine; L. Dunai; E. Mirambell; B. Braun; U. Kuhlmann – *Interaction behaviour of steel I-girders under bending, shear and transverse force, part I: longitudinally unstiffened girders*, J. Constr. Steel Res. 103, pags. 327-343, 2014.
- [17] B. Kövesdi; J. Alcaine; L. Dunai; E. Mirambell; B. Braun; U. Kuhlmann – *Interaction behaviour of steel I-girders under bending, shear and transverse force, part II: longitudinally stiffened girders*, J. Constr. Steel Res. 103, pags. 344-353, 2014.
- [18] NP EN 1993-1-5 – *Eurocódigo 3 – Projeto de estruturas de aço – Parte 1.5: Elementos Estruturais constituídos por placas*, IPQ, 2011.
- [19] A. J. Reis; D. Camotim – *Estabilidade e Dimensionamento de Estruturas*, 1ª Edição, Edições Orion, Lisboa, pags. 497-571, 2012.
- [20] EN 1993-1-1 – *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Parte 1-1: Plated Structural elements*, CEN, 2006.
- [21] EBPlate, *“Elastic Buckling of Plates”*, Software Developed by CTICM in the Frame of the ComBri Project, RFCS Contract n RFS-CR-03018, 2006.

- [22] SAP2000, *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000*, ETABS, and SAFE. Computers and Structures Inc. Berkeley, California, 2009.
- [23] D. Beg; U. Kuhlmann; L. Davaine; B. Braun – *Design of Plated Structures*, 1<sup>o</sup> Edição, ECCS Eurocode Design Manuals, 2010.
- [24] B. Johansson; R. Maquoi; G. Sedlacek; C. Muller; D. Beg – *Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 “Plated Structural Elements”*, Joint Report Prepared under the JRC - ECCS cooperation agreement for the evolution of Eurocode 3, 2007.
- [25] T. von Karman; E. E. Sechler; L. H. Donnell – “*The Strength of Thin Plates in Compression*”, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers (ASME)*, vol. 54, p.53, 1932.
- [26] B. Jáger; B. Kövesdi; L. Dunai – *Numerical investigations on bending and shear buckling interaction of I-Girders with slender web*, *Thin-Walled Structures*, 143, 2018.
- [27] P. O. Martin; T.M. Nguyen; L. Davaine – *EFFECT OF THE TORSIONAL STIFFENESS OF CLOSED SECTION STIFFENERS ON PLATE BUCKLING IN EUROCODE 3 PART 1-5*, CEN/TC 250/SC 3 N 2494, 2017.
- [28] SIMULIA, *Abaqus Scripting User’s Manual*. Dassault Systems, 2011.
- [29] Matlab, *Matlab R2018*. MathWorks, 2018.
- [30] B. G. Falzon; M. H. Aliabadi – *BUCKLING AND POSTBUCKLING STRUCTURES, Experimental, Analytical and Numerical Studies*, Computational and Experimental Methods in Structures – vol. 1, Imperial College Press, London, 2008.
- [31] V. M. A. Leitão; L. M. S. S. Castro – *Apontamentos sobre análise de lajes*, Grupo de Análise de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, 2018.
- [32] prEN 1993-1-14 – *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-14: Design assisted by finite element analysis*, CEN, 2020.
- [33] A. Biscaya – *Buckling resistance of steel plated girders considering M-V interaction with high compression forces*, PhD Thesis, Instituto Superior Técnico, 2021 – (em discussão).
- [34] A. Biscaya; J. O. Pedro; U. Kuhlmann – *Strength of transversally stiffened I-girders under combined shear and compression* – *Journal of Construction Steel Research* 178 (2021).
- [35] A. Biscaya; J. O. Pedro; U. Kuhlmann – *Experimental behaviour of longitudinally stiffened steel plate girders under combined bending, shear and compression* – *Engineering Structures* (2021).
- [36] prEN 1993-1-5 – *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated Structural elements*, CEN, 2020.

# ANEXOS

## ANEXO A: Exemplos de aplicação

Pretende-se exemplificar o procedimento de obtenção das resistências de placas de aço com reforços submetidas a esforços normais, momentos fletores e esforços transversos, utilizando a metodologia de cálculo da norma prEN 1993-1-5 [36]. Como tal, começa-se por analisar o caso simples de uma placa reforçada com apenas um reforço longitudinal. Como foi referido anteriormente, o estudo é direccionado essencialmente para placas com reforços de secção fechada trapezoidal. Considere-se as propriedades da Tabela A1 de um painel quadrado com 1 m de lado, em que as dimensões são todas dadas relativamente à linha média do perfil.

Tabela A1: Propriedades da placa metálica reforçada longitudinalmente

$a = 1000 \text{ mm}$	$h_w = b = 1000 \text{ mm}$	$t_w = 12,5 \text{ mm}$
Esbelteza: $\frac{h_w}{t_w} = 80$	$f_y = 690 \text{ MPa}, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{690}} \cong 0,584$	$E = 210 \text{ GPa}$
$\nu = 0,3$	$h_s = 120,1 \text{ mm}$	$t_s = 6 \text{ mm}$
$b_{si} = 100 \text{ mm}$	$b_{ss} = 50 \text{ mm}$	$d_s = \sqrt{h_s^2 + \left(\frac{b_{si} - b_{ss}}{2}\right)^2} \cong 122,7 \text{ mm}$

### ANEXO A1: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a compressão uniforme (N)

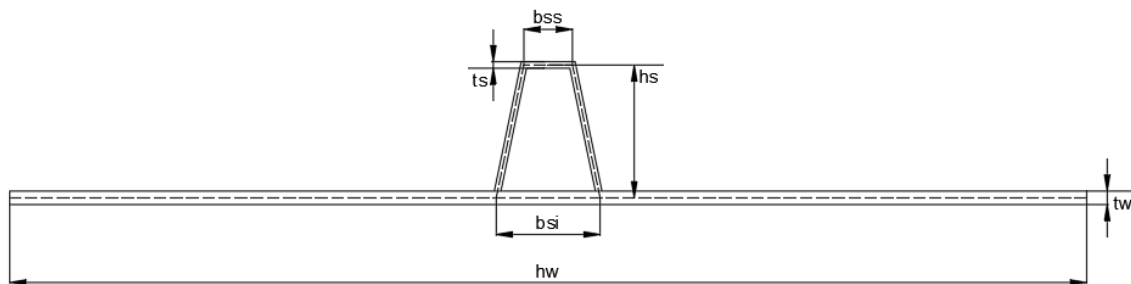


Figura A1: Placa metálica reforçada longitudinalmente em análise

#### i. Classe estrutural dos elementos

##### 1. Placa de aço S690

$$c = \bar{b} = \frac{h_w - b_{si}}{2} = 450 \text{ mm} \quad \frac{c}{t_w} = \frac{450}{12,5} = 36 > 42\varepsilon \cong 24,528$$

o que significa que a placa é da Classe 4, pelo que será necessário ter em consideração a encurvadura local dos sub-painéis na análise estrutural da placa reforçada.

##### 2. Reforço longitudinal em aço S690

$$\frac{b_{ss}}{t_s} = \frac{100}{6} = 16, (6) \leq 42\varepsilon \cong 24,528 \quad \frac{d_s}{t_s} = \frac{122,674}{6} = 20,446 \leq 42\varepsilon \cong 24,528$$

Deste modo, como ambas as condições foram verificadas, conclui-se que o reforço é de Classe 3 ou inferior, sendo a sua secção efetiva coincidente com a secção bruta do reforço.

ii. Cálculo dos parâmetros adimensionais  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$

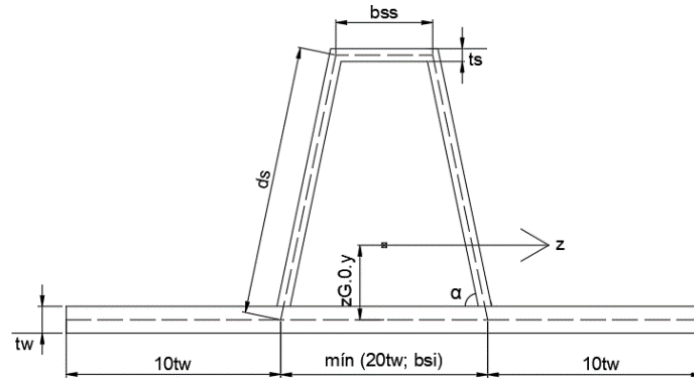


Figura A2: Secção efetiva da placa e do reforço para o cálculo de  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$

$$z_{g.0.y} = \frac{2 \left( d_s t_s \frac{h_s}{2} \right) + b_{ss} t_s h_s}{2(d_s t_s) + b_{ss} t_s + 20t_w^2 + \text{mín}(b_{si}; 20t_w) \times t_w} \cong 20,2 \text{ mm}$$

$$A_{sl} = 2(d_s t_s) + b_{ss} t_s \cong 1772 \text{ mm}^2$$

O momento de inércia da secção,  $I_{sl}$ , e os parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  são dados por:

$$I_{sl} = \frac{b_{ss} t_s^3}{12} + b_{ss} t_s (h_s - z_{g.0.y})^2 + \frac{[20t_w + \text{mín}(b_{si}; 20t_w)] \times t_w^3}{12} + [20t_w + \text{mín}(b_{si}; 20t_w)] \times t_w \times z_{g.0.y}^2$$

$$+ 2 \left( \frac{t_s d_s^3}{12} \times \text{sen}^2 \alpha + \frac{d_s t_s^3}{12} \times \text{cos}^2 \alpha \right) + 2 \left[ d_s t_s \left( \frac{h_s}{2} - z_{g.0.y} \right)^2 \right] \cong 8946314 \text{ mm}^4$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{h_s}{\frac{b_{si} - b_{ss}}{2}} \right) \cong 1,366 \text{ rad}$$

1. Rigidez de flexão relativa,  $\gamma$

$$\gamma = \frac{210 \times 8946314}{1000 \times \frac{210 \times 12,5^3}{12(1 - 0,3^2)}} \cong 50,02 \geq 25$$

pele que a geometria adotada para o reforço longitudinal verifica a imposição mínima definida para este parâmetro, que consta na norma EN 1993-1-5 [8].

2. Área relativa,  $\delta$

$$\delta = \frac{A_{sl}}{h_w t_w} = \frac{1772}{1000 \times 12,5} \cong 0,142$$

3. Rigidez de torção relativa,  $\theta$

No caso de uma secção fechada trapezoidal, tem-se que:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{210 \cdot 10^3}{2(1 + 0,3)} \cong 80769,2 \text{ MPa}$$

$$S_j = \left( \frac{b_{si} + b_{ss}}{2} \right) \times h_s = 9008 \text{ mm}^2$$

$$D = \frac{E t_w^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{210 \cdot 10^3 \times 12,5^3}{12(1 - 0,3^2)} \cong 37560096,2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$J_s = \frac{4S_j^2}{P_j} = 5671138 \text{ mm}^4$$

$$P_j = \frac{b_{ss}}{t_s} + \frac{b_{si}}{t_w} + \frac{2d_s}{t_s} = 57,233$$

$$\theta = \frac{GJ_s}{Dh_w} = 12,195$$



iii. Modo de encurvadura local entre reforços ( $\rho_{loc}$ )

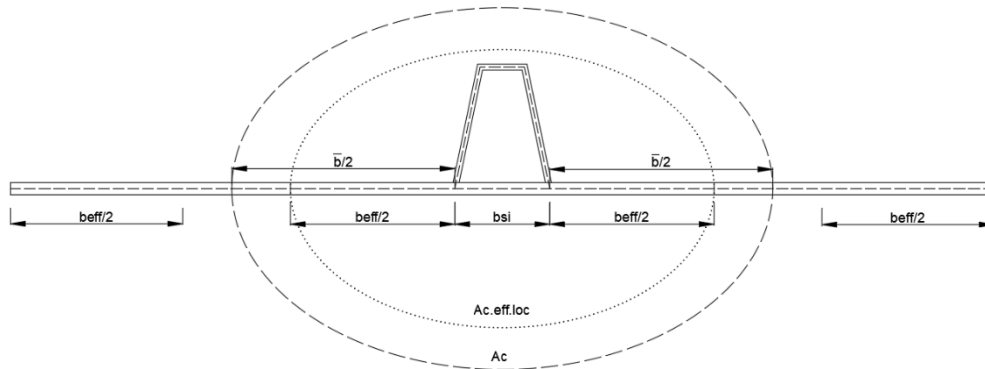


Figura A3: Ilustração auxiliar ao cálculo de áreas e inércias

1. Esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_{loc}$

Por forma a estar em conformidade com o disposto na norma prEN 1993-1-5 [36], o efeito da rigidez de torção dos reforços longitudinais deve ser desprezado, considerando-se para o efeito  $k_{loc} = 4$  para obter a carga crítica local da sub-placa submetida a compressão uniforme ( $\psi = 1$ ):

$$\sigma_{cr,loc} = 4 \times \frac{\pi^2 \times 210 \cdot 10^3}{12(1 - 0,3^2)} \times \left(\frac{12,5}{\frac{1000 - 100}{2}}\right)^2 \cong 585,8 \text{ MPa} \quad \bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{690}{585,803}} \cong 1,085$$

2. Fator de redução  $\rho_{loc}$

$$\bar{\lambda}_{loc} \cong 1,085 > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \times 1} \cong 0,673 \quad \rho_{loc} = \frac{1,085 - 0,055(3 + 1)}{1,085^2} \cong 0,735$$

Pode agora calcular-se a largura efetiva da placa reforçada, bem como a área efetiva das sub-placas interiores:

$$b_{eff} = \bar{b} \times \rho_{loc} = 450 \times 0,735 = 330,8 \text{ mm}$$

$$A_{c,eff,loc} = \sum_i (A_{s,eff} + \rho_{loc} \bar{b} t_w) = (50 + 2 \times 122,7) \times 6 + (0,735 \times 450 + 100) \times 12,5 \cong 7157 \text{ mm}^2$$

3. Coeficiente  $\beta_{A,c}$

Para o cálculo de  $\beta_{A,c}$ , torna-se necessário estabelecer, em primeiro lugar, qual o valor da área  $A_c$ , correspondente à área bruta da placa constituída por todos os sub-painéis intermédios, excluindo apenas as áreas dos sub-painéis laterais adjacentes aos banzos:

$$A_c = \left(\frac{h_w - b_{si}}{2} + b_{si}\right) \times t_w + A_{sl} = \left(\frac{1000 - 100}{2} + 100\right) \times 12,5 + (50 + 2 \times 122,7) \times 6 \cong 8647 \text{ mm}^2$$

$$\beta_{A,c} = \frac{7157}{8647} \cong 0,828$$

iv. Modo de encurvadura global como coluna ( $\chi_c$ )

1. Esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_c$

Para o caso particular de se trabalhar apenas com um reforço longitudinal na placa metálica, independentemente da sua forma, tem-se simplesmente que  $A_c = A_{sl,1}$ , sendo importante ressaltar que isto só acontece para a compressão uniforme. Procede-se ao cálculo do momento de inércia relativo a

esta área, sendo de notar que, primeiramente, é necessário proceder à obtenção do centro de gravidade dessa secção transversal:

$$z_{g.1.y} = \frac{2 \left( d_s t_s \frac{h_s}{2} \right) + b_{ss} t_s h_s}{2(d_s t_s) + b_{ss} t_s + (\bar{b} + b_{si}) \times t_w} \cong 14,4 \text{ mm}$$

$$I_{sl.1} = \frac{b_{ss} t_s^3}{12} + b_{ss} t_s (h_s - z_{g.1})^2 + \frac{(\bar{b} + b_{si}) \times t_w^3}{12} + (\bar{b} + b_{si}) \times t_w \times z_{g.1}^2$$

$$+ 2 \left( \frac{t_s d_s^3}{12} \times \text{sen}^2 \alpha + \frac{d_s t_s^3}{12} \times \text{cos}^2 \alpha \right) + 2 \left[ d_s t_s \left( \frac{h_s}{2} - z_{g.1} \right)^2 \right] \cong 9707199 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{cr.c} = \frac{\pi^2 E I_{sl.1}}{A_{sl.1} a^2} = \frac{\pi^2 \times 210.10^3 \times 9707199}{8647 \times 1000^2} \cong 2326,7 \text{ MPa} \quad \bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{690 \times 0,828}{2326,7}} \cong 0,496$$

## 2. Fator de redução $\chi_c$

$$\alpha = 0,34, \text{ para reforços de secção fechada} \quad i = \sqrt{\frac{I_{sl.1}}{A_{sl.1}}} \cong 33,5 \text{ mm}$$

$$e = \text{máx}(e_1; e_2) = 55,8 \text{ mm} \quad e_2 = z_{g.1} \cong 14,4 \text{ mm}$$

$$e_1 = \frac{b_{ss} t_s h_s + 2(d_s t_s \frac{h_s}{2})}{b_{ss} t_s + 2(d_s t_s)} - e_2 \cong 55,8 \text{ mm} \quad \alpha_c = 0,34 + \frac{0,09 \times 55,8}{33,5} \cong 0,490$$

$$\phi = 0,5[0,496^2 + 0,490(0,496 - 0,2) + 1] \cong 0,696 \quad \chi_c = \frac{1}{0,696 + \sqrt{0,696^2 - 0,496^2}} \cong 0,844$$

## v. Modo de encurvadura global como placa reforçada ( $\rho$ )

### 1. Esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_p$

Comece-se por se definir o valor do parâmetro  $a_c$ , tendo especial atenção à definição dos valores de  $b_1$  e  $b_2$ , que representam as distâncias desde os bordos longitudinais da placa metálica até à normal ao centro de gravidade do reforço. Para este exemplo de aplicação tem-se  $b_1 = b_2 = \frac{h_w}{2} = 500 \text{ mm}$ , e, consequentemente:

$$a_c = 4,33 \sqrt[4]{\frac{I_{sl.1} b_1^2 b_2^2}{t_w^3 b}} = 4,33 \times \sqrt[4]{\frac{9707199 \times 500^2 \times 500^2}{12,5^3 \times 1000}} \cong 3232,6 \text{ mm}$$

Como  $a = 1000 \text{ mm} < a_c = 3232,6 \text{ mm}$ , então segue-se a seguinte formulação para o cálculo de  $\sigma_{cr.p}$ :

$$\sigma_{cr.p} = \frac{\pi^2 \times 210.10^3 \times 9707199}{8647 \times 1000^2} + \frac{210.10^3 \times 12,5^3 \times 1000 \times 1000^2}{4\pi^2(1 - 0,3^2) \times 8647 \times 500^2 \times 500^2} \cong 2347,9 \text{ MPa}$$

A esbelteza normalizada é dada por:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{690 \times 0,828}{2347,9}} \cong 0,493$$

### 2. Fator de redução $\rho$

O cálculo do fator de redução  $\rho$  segue o mesmo procedimento de cálculo do fator de redução  $\rho_{loc}$ .

Mais uma vez, tratando-se de um elemento interno comprimido, tem-se:

$$\bar{\lambda}_p \cong 0,493 \leq 0,673, \text{ pelo que } \rho = 1.$$

vi. *Interpolação modo placa – modo coluna ( $\rho_c$ )*

Para avaliar a existência, ou não, de interpolação modo placa – modo coluna, é necessário calcular o parâmetro  $\xi$  que, regra geral, se encontra entre 0 e 1, intervalo em que a interpolação deve ser tida em consideração:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 = \frac{2347,9}{2326,7} - 1 \cong 0,00911$$

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c = (1 - 0,844) \times 0,00911 \times (2 - 0,00911) + 0,844 \cong 0,847$$

vii. *Esforço axial resistente ( $N_{b.Rd}$ )*

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff.loc} + \sum b_{edge,eff} t_w = 0,847 \times 7157 + 2 \times \frac{330,8}{2} \times 12,5 \cong 10197 \text{ mm}^2$$

$$N_{b.Rd} = \frac{10197 \times 690 \cdot 10^{-3}}{\gamma_{M1} = 1,0} \cong 7035,9 \text{ kN}$$

Note-se que este cálculo contempla apenas a placa de aço S690 e o seu reforço longitudinal, ignorando a existência de banzos, que transformaria o problema numa viga de alma cheia. No caso de existirem banzos, e admitindo que são totalmente efetivos, a sua contribuição para a resistência última do elemento estrutural é dada simplesmente por  $N_{f.Rd} = \frac{A_f \times f_y}{\gamma_{M1}}$ , onde  $A_f$  corresponde à área de ambos os banzos comprimidos.

## ANEXO A2: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a compressão não uniforme (M)

i. *Classe estrutural dos elementos*

1. *Sub-painel 1*

Uma vez que agora não se está a analisar a placa submetida a uma compressão uniforme, é necessário quantificar qual o valor de  $\psi_{loc,1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ , em que  $\sigma_1$  representa a tensão de compressão no bordo longitudinal da placa, e  $\sigma_2$  a tensão de compressão que se faz sentir na zona correspondente à junção

entre a placa inclinada do reforço e a placa. Admitindo que  $\sigma_1 = -1$ , tem-se que  $\sigma_2 = \frac{b_{sl}/2}{h_w/2} \times \sigma_1 = -0,1$

e, consequentemente, que  $\psi_{loc,1} = 0,1$ . O sub-painel 1, comprimido, será da Classe 3 se for verificada

a condição  $\frac{\bar{b}}{t_w} = \frac{450}{12,5} = 36 \leq \frac{42\varepsilon}{0,67+0,33\psi} = \frac{42 \times 0,584}{0,67+0,33 \times 0,1} \cong 34,89$ , sendo  $\bar{b}$  o comprimento do sub-painel.

Uma vez que esta condição não se verifica, conclui-se que o sub-painel 1 é de Classe 4. Como tal, é necessário avaliar qual a parcela do sub-painel que contribui para a resistência última, dado não ser totalmente efetiva.

2. *Sub-painel 2*

O sub-painel 2 encontra-se à tração, pelo que é totalmente efetivo.

3. *Reforço longitudinal*

O reforço é de Classe 3, pelo que a sua secção efetiva coincide com a sua secção bruta ([Anexo A1](#)).

ii. Cálculo dos parâmetros adimensionais  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$  (ver [Anexo A1](#))

$$\begin{aligned} z_{g,0} &\cong 20,2 \text{ mm} & A_{sl} &\cong 1772 \text{ mm}^2 & I_{sl} &\cong 8946314 \text{ mm}^4 & \alpha &\cong 1,366 \text{ rad} \\ \gamma &\cong 50,019 \geq 25 & \delta &\cong 0,142 & G &\cong 80769,2 \text{ MPa} & J_s &= 5671138 \text{ mm}^4 \\ S_j &= 9008 \text{ mm}^2 & P_j &= 57,233 & D &\cong 37560096,2 \text{ N} \cdot \text{mm} & \theta &= 12,195 \end{aligned}$$

iii. Modo de encurvadura local entre reforços ( $\rho_{loc}$ )

1. Esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}_{loc}$

Em primeiro lugar é necessário quantificar  $\sigma_{cr,loc}$ . De acordo com o disposto na norma prEN 1993-1-5 [36], e tendo em conta que  $\psi_{loc,1} = 0,1$ , então  $k_\sigma = \frac{8,2}{1,05+\psi} \cong 7,130$ :

$$\sigma_{cr,loc} = 7,130 \times \frac{\pi^2 \times 210 \cdot 10^3}{12(1 - 0,3^2)} \times \left(\frac{12,5}{\frac{1000 - 100}{2}}\right)^2 \cong 1044,2 \text{ MPa} \quad \bar{\lambda}_{loc} = \sqrt{\frac{690}{1044,2}} \cong 0,813$$

2. Fator de redução  $\rho_{loc}$

$$\bar{\lambda}_{loc} \cong 0,813 > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \times 0,1} \cong 0,782 \quad \rho_{loc} = \frac{0,813 - 0,055(3 + 0,1)}{0,813^2} \cong 0,972$$

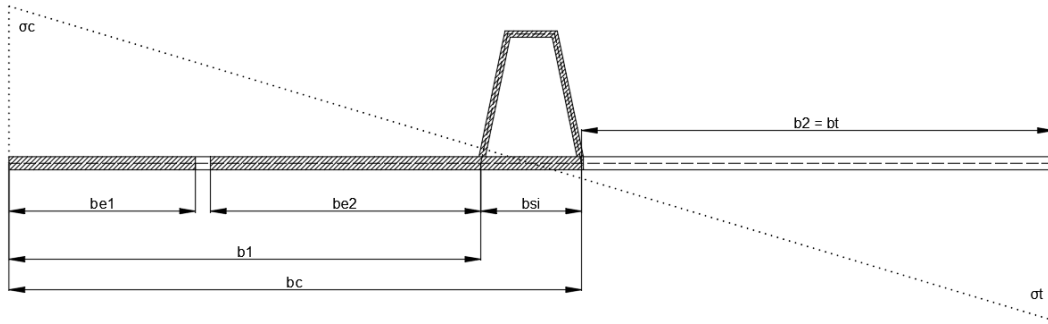


Figura A4: Ilustração auxiliar ao cálculo das larguras efetivas do sub-painel 1

$$b_{1,eff} = \bar{b} \times \rho_{loc} = 450 \times 0,972 = 437,4 \text{ mm}$$

$$b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi_{loc,1}} \times b_{1,eff} \cong 178,5 \text{ mm}$$

$$b_{e2} = b_{1,eff} - b_{e1} \cong 258,9 \text{ mm}$$

Verificando-se uma pequena redução da secção do sub-painel 1, regista-se uma alteração do centro de gravidade da placa reforçada e, com isso, a distribuição de tensões naturalmente que também é afetada. Deste modo, procede-se agora ao cálculo do novo centro de gravidade da placa reforçada, designado aqui por  $z_{g,1,z}$ , que permite o cálculo da nova distribuição de tensões:

$$\blacksquare z_{g,z} = \frac{h_w t_w \frac{h_w}{2} + b_{ss} t_s \frac{h_w}{2} + d_s t_s \left(\bar{b} + \frac{b_{si} - b_{ss}}{4}\right) + d_s t_s \left(\bar{b} + b_{si} - \frac{b_{si} - b_{ss}}{4}\right)}{h_w t_w + b_{ss} t_s + d_s t_s + d_s t_s} = 500 \text{ mm}$$

$$\blacksquare z_{g,1,z} = \frac{\bar{b} t_w \frac{\bar{b}}{2} + b_{si} t_w \left(\bar{b} + \frac{b_{si}}{2}\right) + b_{e2} t_w \left(\bar{b} + b_{si} + \frac{b_{e2}}{2}\right) + b_{e1} t_w \left(h_w - \frac{b_{e1}}{2}\right) + b_{ss} t_s \frac{h_w}{2} + d_s t_s \left(\bar{b} + \frac{b_{si} - b_{ss}}{4}\right) + d_s t_s \left(\bar{b} + b_{si} - \frac{b_{si} - b_{ss}}{4}\right)}{(\bar{b} + b_{si} + b_{e1} + b_{e2}) \times t_w + b_{ss} t_s + d_s t_s + d_s t_s} \cong 496,5 \text{ mm}$$

Assim, a distância entre o novo centro de gravidade,  $z_{g,1,z}$ , e o centro de gravidade real da secção bruta é dada por  $b_{c2,1} = z_{g,z} - z_{g,1,z} = 3,5 \text{ mm}$ .

$$\psi_{ref} = \frac{b_{c2,1}}{h_w - z_{g,1,z}} = 0,00695$$

$$\psi_{ext} = \frac{z_{g,1,z}}{h_w - z_{g,1,z}} = 0,986$$

onde  $\psi_{ref}$  representa a relação ente tensões ao nível do centro de gravidade da secção bruta,  $z_{g,z}$ , e  $\psi_{ext}$  a relação de tensões na extremidade da placa tracionada. As larguras efetivas necessárias ao cálculo da área composta pelas secções efetivas de todos os reforços e sub-painéis, à exceção das partes efetivas apoiadas nos bordos longitudinais,  $A_{c,eff.loc}$ , são dadas por (ver Figura 3.5):

$$b_{1,inf,eff} = \frac{3 - \psi_{ref}}{5 - \psi_{ref}} \times b_{1,eff} \cong 262,2 \text{ mm} \qquad b_{2,sup,eff} = 0 \text{ mm}$$

dado que não existe nenhuma parte do sub-painel 2 que esteja à compressão.

$$A_{c,eff.loc} = A_{sl,eff} + (b_{2,sup,eff} + b_{si} + b_{1,inf,eff}) \times t_w = (50 + 2 \times 122,7) \times 6 + (100 + 262,2) \times 12,5 \cong 6300 \text{ mm}^2$$

Note-se que por uma questão de simplificação do problema, considera-se que todo o comprimento do reforço,  $b_{si}$ , se encontra à compressão, o que não invalida o cálculo da resistência última da placa reforçada longitudinalmente, uma vez que é uma hipótese conservativa.

### 3. Coeficiente $\beta_{A,c}$

De forma análoga ao que se fez anteriormente, é necessário estabelecer qual o valor da área  $A_c$ , correspondente à área bruta da placa metálica reforçada constituída por todos os sub-painéis intermédios, excluindo apenas as áreas dos sub-painéis laterais adjacentes aos banzos.

$$\begin{aligned} A_c &= \left( b_{2,sup,eff} + b_{si} + \bar{b} - \frac{2}{5 - \psi_{ref}} \times \bar{b} \right) \times t_w + A_{sl} \\ &= \left( 100 + 450 - \frac{2}{5 - 0,00695} \times 450 \right) \times 12,5 + (50 + 2 \times 122,7) \times 6 \cong 6394 \text{ mm}^2 \\ \beta_{A,c} &= \frac{6300}{6394} \cong 0,985 \end{aligned}$$

#### iv. Modo de encurvadura global como coluna ( $\chi_c$ )

##### 1. Esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_c$

Interessa primeiro obter os dois valores,  $A_{sl,1}$  e  $I_{sl,1,z}$ , que representam, respetivamente, a área bruta do reforço e das placas adjacentes a este de acordo com a Figura 3.5, e o momento de inércia associado a essa área, relativo à encurvadura para fora do plano. Começa-se pelo cálculo de  $b_{1,inf}$  e  $b_{2,sup}$ , à semelhança do que foi feito anteriormente. A única diferença é que neste caso não se utiliza uma largura efetiva, mas sim a largura total do sub-painel.

$$b_{1,inf} = \frac{3 - \psi_{ref}}{5 - \psi_{ref}} \times \bar{b} \cong 269,7 \text{ mm}$$

e  $b_{2,sup} = 0 \text{ mm}$ , dado que não existe nenhuma parte do sub-painel 2 que esteja à compressão.

$$A_{sl,1} = (b_{2,sup} + b_{si} + b_{1,inf}) \times t_w + A_{sl} = (100 + 269,7) \times 12,5 + (50 + 2 \times 122,7) \times 6 \cong 6394 \text{ mm}^2$$

Para o caso particular de se trabalhar apenas com um reforço longitudinal na placa metálica, independentemente da sua forma, sujeito a uma distribuição de tensões de flexão pura, tem-se simplesmente que  $A_c = A_{sl,1}$ , o que de facto é verificável através das expressões abaixo.

$$z_{g,1,y} = \frac{2 \left( d_s t_s \frac{h_s}{2} \right) + b_{ss} t_s h_s}{2(d_s t_s) + b_{ss} t_s + (b_{2,sup} + b_{si} + b_{1,inf}) \times t_w} \cong 19,5 \text{ mm}$$

$$I_{sl.1.z} = \frac{b_{ss}t_s^3}{12} + b_{ss}t_s(h_s - z_{g.1.y})^2 + \frac{(b_{2.sup} + b_{si} + b_{1.inf}) \times t_w^3}{12} + (b_{2.sup} + b_{si} + b_{1.inf}) \times t_w \times z_{g.1.y}^2$$

$$+ 2 \left( \frac{t_s d_s^3}{12} \times \text{sen}^2 \alpha + \frac{d_s t_s^3}{12} \times \text{cos}^2 \alpha \right) + 2 \left[ d_s t_s \left( \frac{h_s}{2} - z_{g.1.y} \right)^2 \right] \cong 9046548 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{cr.sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl.1}}{A_{sl.1} a^2} = \frac{\pi^2 \times 210.10^3 \times 9046548}{6394 \times 1000^2} \cong 2932,4 \text{ MPa}$$

Como referido anteriormente, a tensão assim obtida corresponde à tensão crítica que se faz sentir ao nível do reforço, pelo que terá de ser “transformada” na tensão crítica associada à fibra mais comprimida,  $\sigma_{cr.c} = \frac{b_c}{b_{c2.1}} \times \sigma_{cr.sl}$ , onde  $b_c = \frac{h_w}{2} + b_{c2.1}$  é o comprimento da placa que se encontra à compressão, desta vez de acordo com a nova distribuição de tensões, ou seja, depois de ter sido feita a redução do primeiro sub-painel. Uma vez que  $b_{c2.1}$  tende para 0 mm, logicamente que  $\sigma_{cr.c}$  tenderá para infinito, na medida em que a encurvadura global como coluna não ocorre pelo facto do reforço não estar totalmente comprimido:

$$\sigma_{cr.c} = \frac{500 + 3,5}{3,5} \times 2932,4 \cong 421846,7 \text{ MPa} \quad \bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{690 \times 0,985}{421846,7}} \cong 0,0404 \xrightarrow{\text{leads}} 0$$

## 2. Fator de redução $\chi_c$

$\alpha = 0,34$ , para reforços de secção fechada

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl.1.z}}{A_{sl.1}}} \cong 37,6 \text{ mm}$$

$$e = \text{máx}(e_1; e_2) = 50,7 \text{ mm}$$

$$e_2 = z_{g.1.y} \cong 19,5 \text{ mm}$$

$$e_1 = \frac{b_{ss}t_s h_s + 2(d_s t_s \frac{h_s}{2})}{b_{ss}t_s + 2(d_s t_s)} - e_2 \cong 50,7 \text{ mm}$$

$$\alpha_c = 0,34 + \frac{0,09 \times 50,7}{37,6} \cong 0,461$$

$$\phi = 0,5 [0,0404^2 + 0,461(0,0404 - 0,2) + 1] \cong 0,464$$

$$\chi_c = \frac{1}{0,464 + \sqrt{0,464^2 - 0,0404^2}} \cong 1,080 \xrightarrow{\text{leads}} \chi_c = 1$$

## v. Modo de encurvadura global como placa reforçada ( $\rho$ )

### 1. Esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_p$

Para este exemplo de aplicação teremos que  $b_1 = b_2 = \frac{h_w}{2} = 500 \text{ mm}$ , e, conseqüentemente, (ver [Anexo A1](#)):

$$a_c = 4,33 \sqrt[4]{\frac{I_{sl.1.z} b_1^2 b_2^2}{t_w^3 b}} = 4,33 \times \sqrt[4]{\frac{9046548 \times 500^2 \times 500^2}{12,5^3 \times 1000}} \cong 3176,1 \text{ mm}$$

Como  $a = 1000 \text{ mm} < a_c = 3176,1 \text{ mm}$ , então segue-se a seguinte formulação para o cálculo de  $\sigma_{cr.sl}$ :

$$\sigma_{cr.sl} = \frac{\pi^2 \times 210.10^3 \times 9046548}{6394 \times 1000^2} + \frac{210.10^3 \times 12,5^3 \times 1000 \times 1000^2}{4\pi^2(1 - 0,3^2) \times 6394 \times 500^2 \times 500^2} \cong 2961,0 \text{ MPa}$$

Também agora é igualmente necessário utilizar a relação  $b_c/b_{c2.1}$  por forma a obter o valor da tensão crítica na fibra mais comprimida da placa reforçada. Assim, vem novamente que  $\sigma_{cr.p} = \frac{b_c}{b_{c2.1}} \times \sigma_{cr.sl}$ . Uma vez que  $b_{c2.1}$  tende para 0 mm,  $\sigma_{cr.p}$  tenderá para infinito, na medida em que a encurvadura global como placa não ocorre pelo facto do reforço não estar totalmente comprimido.

$$\sigma_{cr,p} = \frac{500 + 3,5}{3,5} \times 2961,0 \cong 425961,0 \text{ MPa}$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{690 \times 0,985}{425961,0}} \cong 0,04 \xrightarrow{\text{leads}} 0$$

## 2. Fator de redução $\rho$

Por sua vez, o cálculo do fator de redução  $\rho$  segue muito a ideia que já foi aqui introduzida aquando o cálculo do fator de redução  $\rho_{loc}$ . Mais uma vez, tratando-se de um elemento interno comprimido, vem que:

$$\bar{\lambda}_p \cong 0,04 \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \times 0,986} \cong 0,675 \quad \rho = 1,0$$

### vi. Interpolação modo placa – modo coluna ( $\rho_c$ )

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 = \frac{425961,0}{421846,7} - 1 \cong 0,00975$$

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c = (1 - 1) \times 0,00975 \times (2 - 0,00975) + 1 = 1$$

pelo que não existe interpolação entre o modo placa e o modo coluna.

### vii. Momento fletor resistente ( $M_{eff,y}$ )

Note-se que, pelo simples facto de se ter  $\rho_c = 1$ , não existe redução global do reforço e partes adjacentes a este, devidas ao efeito de interpolação modo placa – modo coluna das secções efetivas dos mesmos. Posto isto, inicie-se o cálculo do centro de gravidade da secção final efetiva,  $z_{g,eff,z}$ , que possibilitará o posterior cálculo de  $I_{eff,y}$ . Atente-se para o facto de, neste caso em particular, se ter que  $z_{g,eff,z} = z_{g,1,z}$ , uma vez que não houve a tal redução global do reforço e partes adjacentes a este, devidas a  $\rho_c$ :

$$z_{g,eff,z} = \left[ b_t t_w \frac{b_t}{2} + \rho_c b_{2,sup,eff} t_w \left( b_t + \frac{b_{2,sup,eff}}{2} \right) + \rho_c b_{si} t_w \left( \bar{b} + \frac{b_{si}}{2} \right) + \rho_c b_{e2} t_w \left( \bar{b} + b_{si} + \frac{b_{e2}}{2} \right) \right. \\ \left. + b_{e1} t_w \left( h_w - \frac{b_{e1}}{2} \right) + \rho_c b_{ss} t_s \frac{h_w}{2} + \rho_c d_s t_s \left( \bar{b} + \frac{b_{si} - b_{ss}}{4} \right) + \rho_c d_s t_s \left( \bar{b} + b_{si} - \frac{b_{si} - b_{ss}}{4} \right) \right] / \{ b_t t_w \\ + \rho_c [ (b_{2,sup,eff} + b_{si} + b_{e2}) \times t_w + (b_{ss} + 2d_s) \times t_s ] + b_{e1} \times t_w \} \cong 496,5 \text{ mm}$$

$$I_{eff,y} = \frac{t_w b_t^3}{12} + b_t t_w \left( \frac{b_t}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 + \frac{\rho_c t_w b_{2,sup,eff}^3}{12} + \rho_c b_{2,sup,eff} t_w \left( b_t + \frac{b_{2,sup,eff}}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 + \frac{\rho_c t_w b_{si}^3}{12} \\ + \rho_c b_{si} t_w \left( b_t + b_{2,sup,eff} + \frac{b_{si}}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 + \frac{\rho_c t_s b_{ss}^3}{12} + \rho_c b_{ss} t_s \left( b_t + b_{2,sup,eff} + \frac{b_{si}}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 \\ + 2\rho_c \left( \frac{t_s d_s^3}{12} \times \cos^2 \alpha + \frac{d_s t_s^3}{12} \times \sin^2 \alpha \right) + \rho_c d_s t_s \left( b_t + b_{2,sup,eff} + \frac{b_{si} - b_{ss}}{4} - z_{g,eff,z} \right)^2 \\ + \rho_c d_s t_s \left( b_t + b_{2,sup,eff} + b_{si} - \frac{b_{si} - b_{ss}}{4} - z_{g,eff,z} \right)^2 + \frac{\rho_c t_w b_{e2}^3}{12} \\ + \rho_c b_{e2} t_w \left( b_t + b_{2,sup,eff} + b_{si} + \frac{b_{e2}}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 + \frac{t_w b_{e1}^3}{12} + b_{e1} t_w \left( h_w - \frac{b_{e1}}{2} - z_{g,eff,z} \right)^2 \\ \cong 1028055891 \text{ mm}^4$$

$$W_{el,eff,y} = \frac{1028055891}{\max(1000 - 496,5; 496,5)} \cong 2041819 \text{ mm}^3$$

$$M_{eff,y} = \frac{2041819 \cdot 10^{-9} \times 690 \cdot 10^3}{\gamma_{M1} = 1,0} \cong 1408,9 \text{ kN.m}$$

Note-se que este cálculo apenas contempla a placa em aço S690 e o seu reforço longitudinal, ignorando a existência de banzos, que transformaria o problema numa viga de alma cheia reforçada longitudinalmente. Contudo, esta é uma questão que tem que ser analisada caso a caso, uma vez que na situação de se terem banzos com geometrias diferentes, seria necessário novo cálculo de centros de gravidade, algo que tem, consequentemente, implicações diretas na maioria dos restantes parâmetros, nomeadamente no momento de inércia da secção e na distribuição de tensões na alma.

### ANEXO A3: Placa reforçada c/ 1 reforço longitudinal sujeita a esforço transversal (V)

#### i. Verificação da necessidade de analisar a encurvadura de placa

A resistência de almas reforçadas à encurvadura por corte tem de ser verificada sempre que  $\frac{h_w}{t_w} > 31 \frac{\epsilon}{\eta} \sqrt{k_\tau}$ , onde se tem  $\eta = 1$  para o caso de se utilizar S690. Para o efeito, torna-se necessária a quantificação do coeficiente de encurvadura por esforço transversal,  $k_\tau$ :

$$\alpha = \frac{a}{h_w} = \frac{1000}{1000} = 1 < 3 \quad \beta_{sl} = 3, \text{ reforços de secção fechada}$$

$$z_{g,V} = \frac{2 \left( d_s t_s \frac{h_s}{2} \right) + b_{ss} t_s h_s}{2(d_s t_s) + b_{ss} t_s + 30 \epsilon t_w^2 + \min(b_{si}; 30 \epsilon t_w) \times t_w} \cong 21,6 \text{ mm}$$

$$I_{sl,V} = \frac{b_{ss} t_s^3}{12} + b_{ss} t_s (h_s - z_{g,V})^2 + \frac{[30 \epsilon t_w + \min(b_{si}; 30 \epsilon t_w)] \times t_w^3}{12} + [30 \epsilon t_w + \min(b_{si}; 30 \epsilon t_w)] \times t_w \times z_{g,V}^2$$

$$+ 2 \left( \frac{t_s d_s^3}{12} \times \sin^2 \alpha + \frac{d_s t_s^3}{12} \times \cos^2 \alpha \right) + 2 \left[ d_s t_s \left( \frac{h_s}{2} - z_{g,V} \right)^2 \right] \cong 8771769 \text{ mm}^4$$

$$k_\tau = 4,1 + \frac{6,3 + 0,18 \times \frac{3 \times 8771769}{12,5^3 \times 1000}}{1^2} + 2,2 \sqrt[3]{\frac{3 \times 8771769}{12,5^3 \times 1000}} \cong 18,060$$

$$\frac{1000}{12,5} = 80 > 31 \times \frac{0,584}{1} \times \sqrt{18,060} \cong 76,937$$

pelo que é necessário quantificar o esforço transversal resistente do perfil metálico.

#### ii. Cálculo dos parâmetros dimensionais $\gamma, \delta$ e $\theta$ (ver Anexo A1)

$$\begin{array}{llll} z_{g,0} \cong 20,2 \text{ mm} & A_{sl} \cong 1772 \text{ mm}^2 & I_{sl} \cong 8946314 \text{ mm}^4 & \alpha \cong 1,366 \text{ rad} \\ \gamma \cong 50,019 \geq 25 & \delta \cong 0,142 & G \cong 80769,2 \text{ MPa} & J_s = 5671138 \text{ mm}^4 \\ S_j = 9008 \text{ mm}^2 & P_j = 57,233 & D \cong 37560096,2 \text{ N.mm} & \theta = 12,195 \end{array}$$

#### iii. Esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_w$ da alma

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \times 210 \cdot 10^3 \times 12,5^2}{12(1 - 0,3^2) \times 1000^2} \cong 29,7 \text{ MPa} \quad \tau_{cr} = 18,060 \times 29,7 \cong 536,4 \text{ MPa}$$

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{690}{536,4 \times \sqrt{3}}} \cong 0,862$$

#### iv. Fator de redução $\chi_w$

Partindo do pressuposto que se podem considerar os reforços de secção fechada como reforços rígidos quando  $\gamma \geq 25$ , o que é explicitamente referido na norma EN 1993-1-5 [8], tem-se:



$$\frac{0,83}{\eta} = \frac{0,83}{1} = 0,83 \leq \bar{\lambda}_w = 0,862 \leq 1,08$$

$$\chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{0,862} \cong 0,963$$

v. *Esforço transversal resistente* ( $V_{b.Rd}$ )

Finalmente, para a obtenção da resistência última da placa reforçada longitudinalmente ao corte, segue-se:

$$V_{b.Rd} = V_{bw.Rd} + V_{bf.Rd}$$

onde se deve garantir que a soma da contribuição da alma,  $V_{bw.Rd}$ , e dos banzos,  $V_{bf.Rd}$ , não é superior a:

$$V_{plw.Rd} = \eta \times \frac{h_w t_w f_y}{\sqrt{3} \times \gamma_M} = 1 \times \frac{1000 \times 12,5 \times 690 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3} \times 1} \cong 4979,6 \text{ kN}$$

$$V_{bw.Rd} = \chi_w \times \frac{h_w t_w f_y}{\sqrt{3} \times \gamma_M} = 0,963 \times \frac{1000 \times 12,5 \times 690 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3} \times 1} \cong 4795,4 \text{ kN}$$

Resta agora obter o valor de  $V_{bf.Rd}$ . Para o efeito, em primeiro lugar é necessária a quantificação do parâmetro  $c$  correspondente à distância entre as rótulas plásticas. Deste modo, admitindo que os banzos são idênticos e que possuem uma geometria de  $b_f = 225 \text{ mm}$  e  $t_f = 30 \text{ mm}$ , tem-se:

$$c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right) = 1000 \times \left( 0,25 + \frac{1,6 \times 225 \times 30^2 \times 690}{12,5 \times 1000^2 \times 690} \right) \cong 275,9 \text{ mm}$$

$$V_{bf.Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_M} \times \left[ 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f.Rd}} \right)^2 \right] = \frac{225 \times 30^2 \times 690 \cdot 10^{-3}}{275,9 \times 1} \cong 506,4 \text{ kN}$$

uma vez que não se considera a atuação simultânea de momento fletor e de esforço transversal no perfil, ou seja,  $M_{Ed} = 0 \text{ kN.m}$ . Obtém-se, finalmente:

$$V_{b.Rd} = 4795,4 + 506,4 \cong 5301,8 \text{ kN} \leq V_{plw.Rd} = 4979,6 \text{ kN}$$

Como tal, deve limitar-se a resistência última ao esforço transversal à sua resistência plástica ao corte da alma, i.e.,  $V_{b.Rd} = V_{plw.Rd} = 4979,6 \text{ kN}$ .

## ANEXO A4: Interação de esforços N-M-V

Depois de obtidas as resistências últimas da placa de aço S690 reforçada longitudinalmente aos esforços axial, momento fletor e transversal, quando solicitada individualmente a cada um dos três esforços, pretende-se agora aplicar as equações de interação de esforços N-M-V, quer de acordo com as formulações da norma prEN 1993-1-5 [36], quer através da nova formulação proposta por Biscaya [33], por forma a que seja possível avaliar as diferenças entre ambas. Para tal, considere-se que a placa tem banzos superior e inferior idênticos com  $b_f = 225 \text{ mm}$  e  $t_f = 30 \text{ mm}$ , sendo submetida em simultâneo aos esforços  $N = 10000 \text{ kN}$ ,  $M = 1000 \text{ kN.m}$  e  $V = 3000 \text{ kN}$ . As propriedades geométricas e as resistências à flexão e esforço normal de compressão passam a ser dadas por:

- $N_f = \frac{A_f \times f_y}{\gamma_M} = \frac{2 \times 225 \times 30 \times 690 \cdot 10^{-3}}{1} = 9315 \text{ kN}$
- $I_{f,y} = 2 \times \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f z_{g,eff,z}^2 + b_f t_f (h_w - z_{g,eff,z})^2 = 3376177875 \text{ mm}^4$
- $W_{f,y} = \frac{3376177875}{\max(1000-496,5; 496,5)} \cong 6705418 \text{ mm}^3$
- $M_{f,y} = \frac{6705418 \cdot 10^{-9} \times 690 \cdot 10^3}{1} \cong 4626,7 \text{ kN.m}$
- $I'_{eff,y} = I_{eff,y} + I_{f,y} = 1028055891 + 3376177875 = 4404233766 \text{ mm}^4$
- $W'_{el,eff,y} = \frac{4404233766}{\max(1000-496,5; 496,5)} \cong 8747237 \text{ mm}^3$
- $M'_{eff,y} = \frac{8747237 \cdot 10^{-9} \times 690 \cdot 10^3}{1} \cong 6035,6 \text{ kN.m}$

i. *Aplicação da prEN 1993-1-5 [36]*

- $\eta_1 = \frac{M_{Ed}}{M'_{eff,y}} = \frac{1000}{6035,6} \cong 0,166$
- $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} = \frac{3000}{4795,4} \cong 0,626$
- $\eta_4 = \frac{N_{Ed}}{N_{eff,Rd}} = \frac{10000}{7035,9+9315} \cong 0,612$

Como a alma se encontra totalmente comprimida, tem-se  $\eta_{1,f} = 0$ . Como  $\eta_1 \cong 0,166 \geq \eta_{1,f} \cong 0$ , vem:

$$\eta_1 + \eta_4 + (1 - \eta_{1,f}) \cdot (2\bar{\eta}_3 - 1)^\mu \leq 1 \Leftrightarrow 0,166 + 0,612 + (1 - 0) \cdot (2 \times 0,626 - 1)^1 \cong 1,03 > 1$$

com  $\mu = (\eta_{1,f} + 0,2)^{15} + 1 = (0 + 0,2)^{15} + 1 \cong 1,0$ . Deste modo, conclui-se que a viga de alma cheia reforçada longitudinalmente não verifica a segurança para esta interação de esforços segundo a prEN 1993-1-5.

ii. *Biscaya [33]*

- $\eta_{1,M} \equiv \eta_1 \cong 0,166$
- $\bar{\eta}_3 \cong 0,626$
- $\eta_{1,N} \equiv \eta_4 \cong 0,612$

$$\bar{\lambda} = \max(\bar{\lambda}_{loc} = 1,085; \bar{\lambda}_p = 0,493) = 1,085$$

$$i = \frac{1}{2} - e^{-\bar{\lambda}} \cong 0,162 \geq 0$$

$$\beta = 1 + \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \cong 1,849 \leq 2$$

$$\xi = \frac{1 - \left(\frac{N_f}{N_{eff,Rd}}\right)^\beta}{\left(1 - i \times \frac{N_f}{N_{eff,Rd}}\right)^2} \cong 0,785$$

Como  $\eta_{1,N} = 0,612 > \frac{N_{f,Rd}}{N_{eff,Rd}} \cong 0,570$ , então tem-se que  $k = \sqrt{\frac{1 - \eta_{1,N}^\beta}{\xi}} \cong 0,872$ . Assim, é garantido que a interação de esforços N-M-V pode ser verificada, dado que  $\bar{\eta}_3 = 0,626 \geq 0,5k = 0,436$  e  $N_{Ed} > 0$ . Tem-se então:

- $M_{f,N,Rd} = M_{f,y} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_f}\right) = 0$  visto que se verifica que  $N_{Ed} > N_{f,Rd}$
- $V_{bf,N,Rd} = V_{b,Rd} (1 - i \cdot \eta_{1,N}) - V_{bw,Rd} = 0$  visto que se verifica que  $N_{Ed} > N_{f,Rd}$
- $\mu = \left(\frac{M_{f,N,Rd}}{M'_{eff,y}} + 0,2\right)^{15} + 1 \cong 1,0$  visto que se verifica que  $N_{Ed} > N_{f,Rd}$

Como  $\eta_{1,M} = 0,166 \geq \frac{M_{f,N,Rd}}{M'_{eff,y}} = 0$ , então a seguinte equação deve ser utilizada:

$$\eta_{1,M} + \eta_{1,N} + \left(1 - \frac{M_{f,N,Rd}}{M'_{eff,y}} - \eta_{1,N}\right) \left(\frac{2\bar{\eta}_3}{k} - 1\right)^\mu = 0,166 + 0,612 + (1 - 0 - 0,612) \times \left(\frac{2 \times 0,626}{0,872} - 1\right)^{1,0} \cong 0,947 \leq 1$$

Conclui-se que a viga de alma cheia reforçada longitudinalmente verifica a segurança para esta combinação de esforços N-M-V aplicados se for utilizada a nova formulação proposta por Biscaya [33].

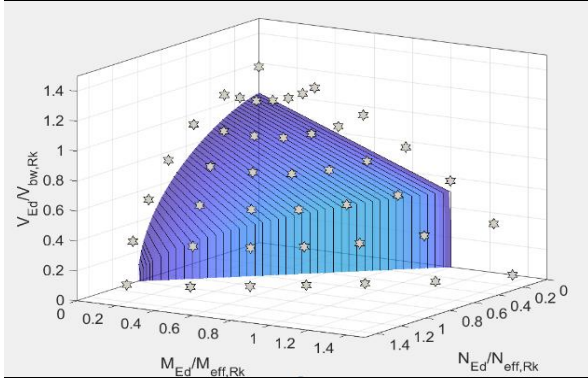
Atente-se para o facto de ser verificada a segurança à interação de esforços N-M-V quando realizada segundo a metodologia de Biscaya, sendo que o mesmo não acontece quando se utiliza a norma prEN 1993-1-5 [36]. Assim, confirma-se que a nova proposta de interação que aqui se apresentou para o caso de uma viga de aço S690 com um reforço longitudinal a meia altura, para além de ser mais ajustada à interação de esforços que se obteve de acordo com numerosos modelos numéricos executados, revela ser menos conservativa quando se têm esforços normais elevados e, consequentemente, mais económica que a atual formulação apresentada na prEN 1993-1-5.



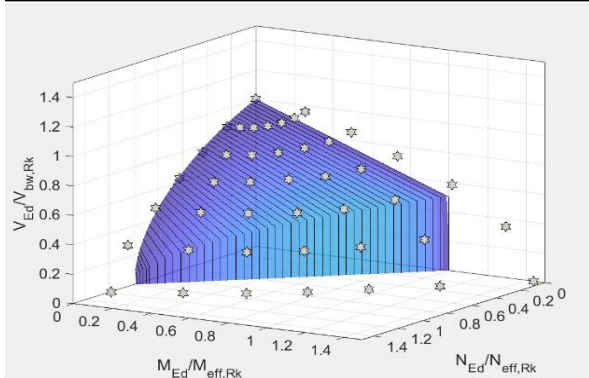
# ANEXO B: Interação N-M-V

## ANEXO B1: Interação N-M-V para $\frac{A_f}{A_w} = 0$

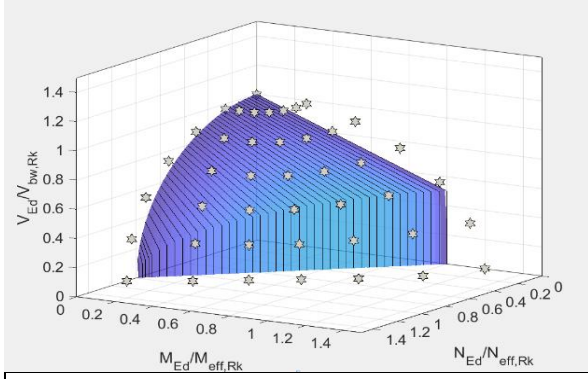
ID 2 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



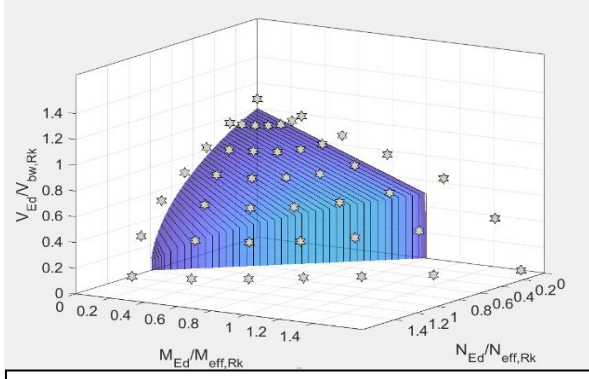
ID 4 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



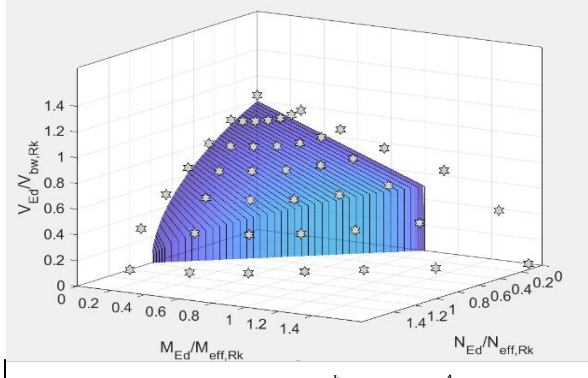
ID 6 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



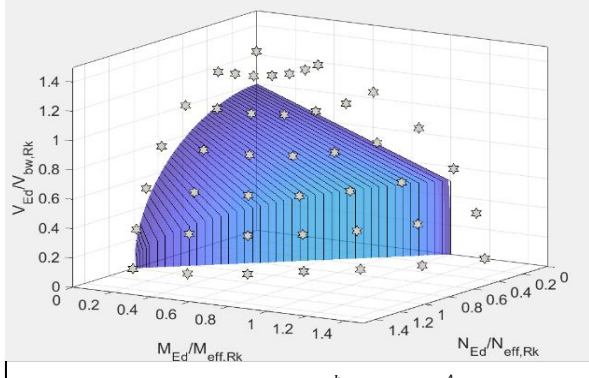
ID 9 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



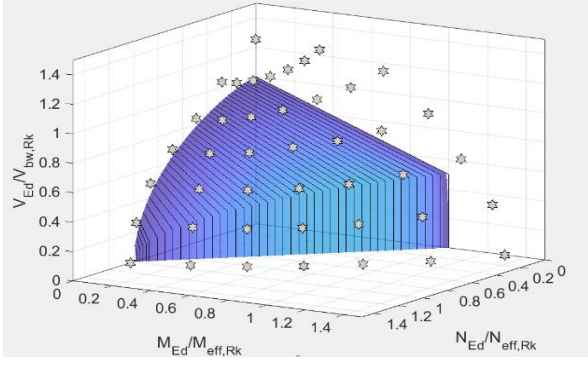
ID 10 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



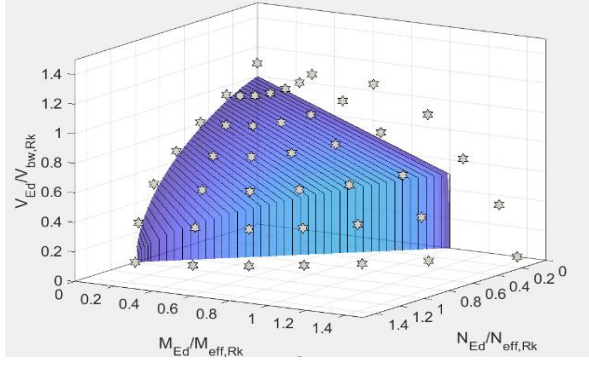
ID 11 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



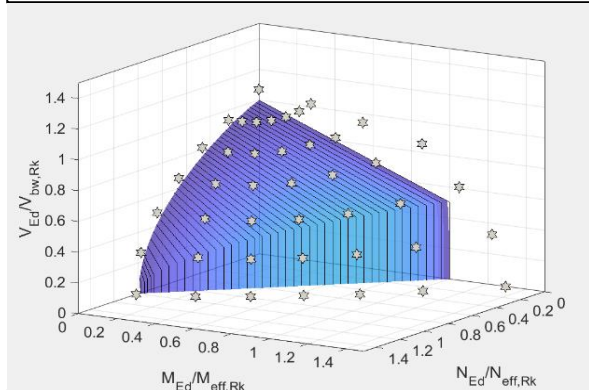
ID 12 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



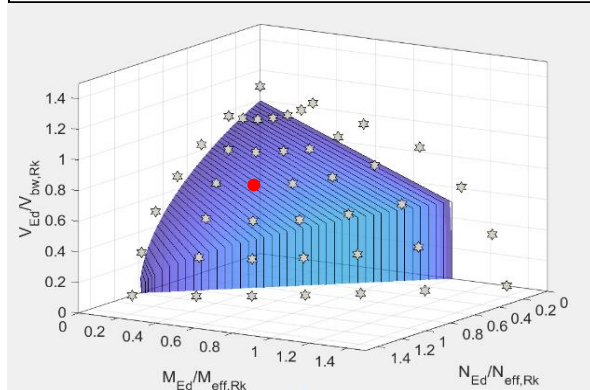
ID 13 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



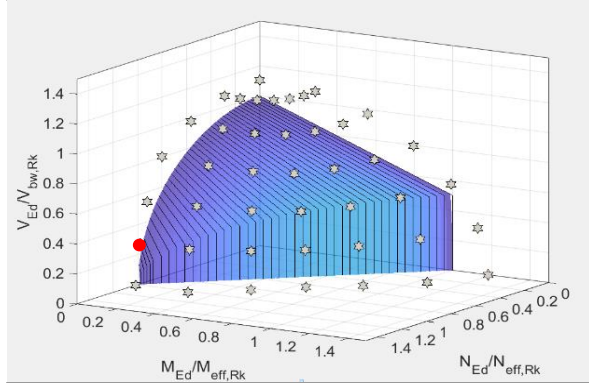
ID 14 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



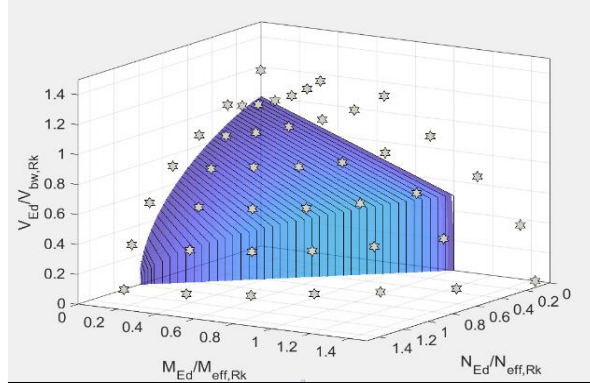
ID 15 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



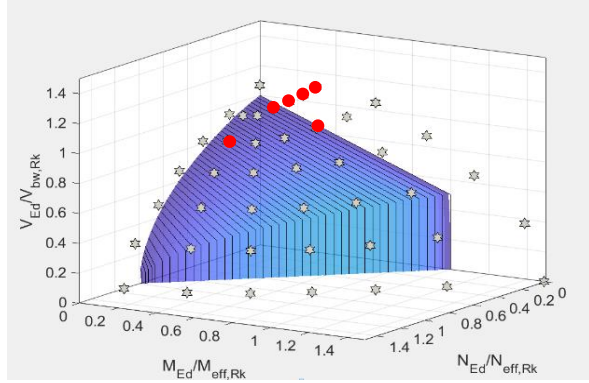
ID 16 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



ID 18 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



ID 19 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$



ID 20 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0$

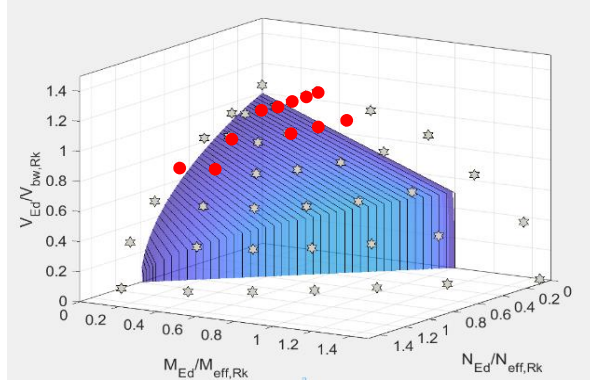
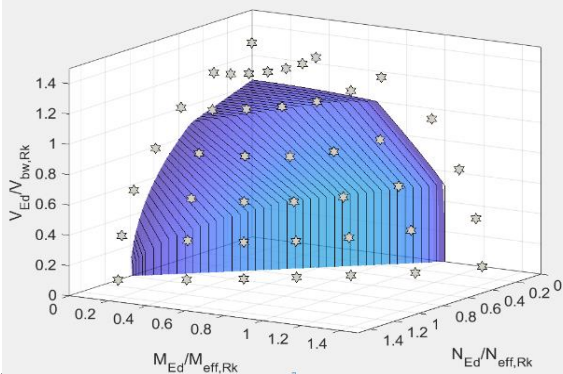


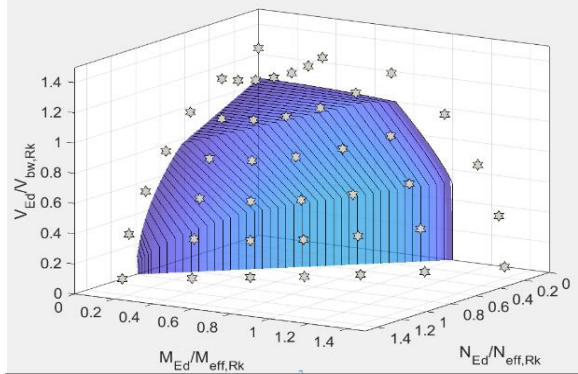
Figura B1: Interação N-M-V com  $A_f/A_w = 0$  para as restantes geometrias

## ANEXO B2: Interação N-M-V para $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$

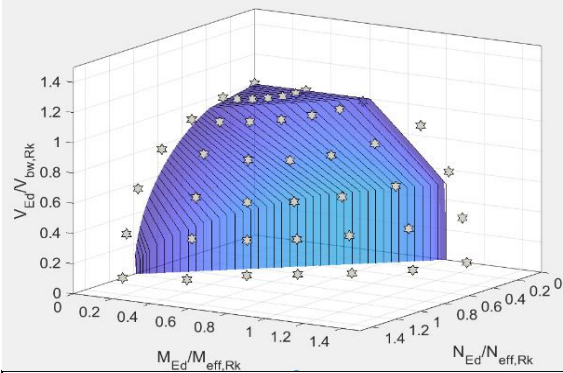
ID 2 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



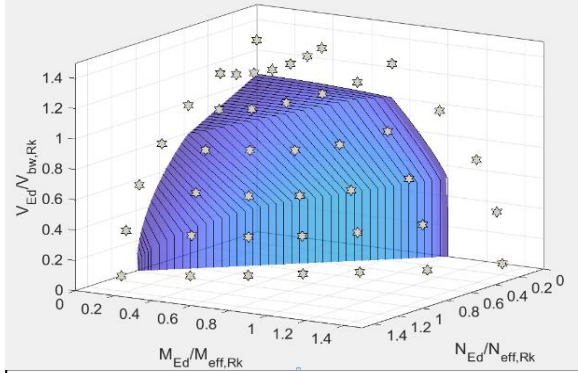
ID 4 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



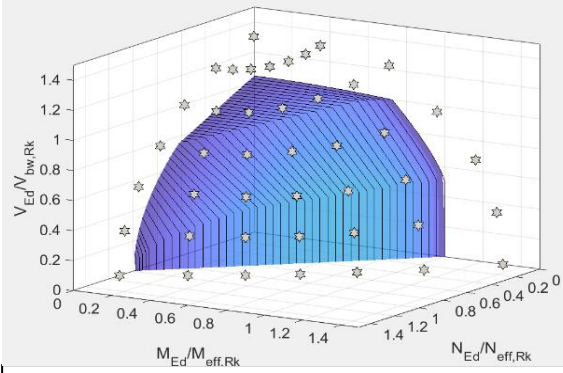
ID 6 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



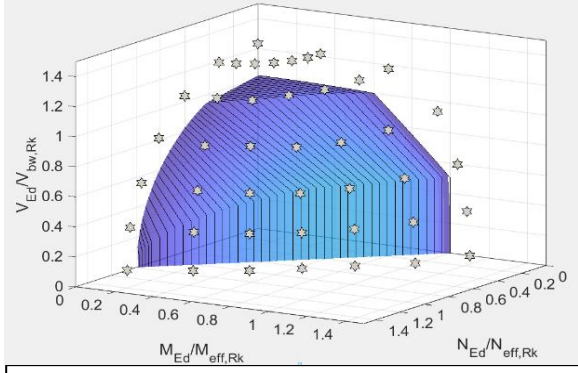
ID 9 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



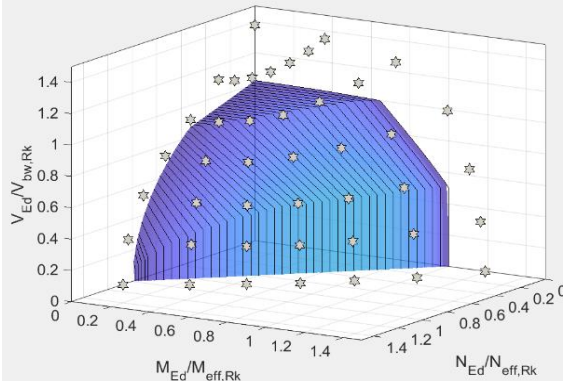
ID 10 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



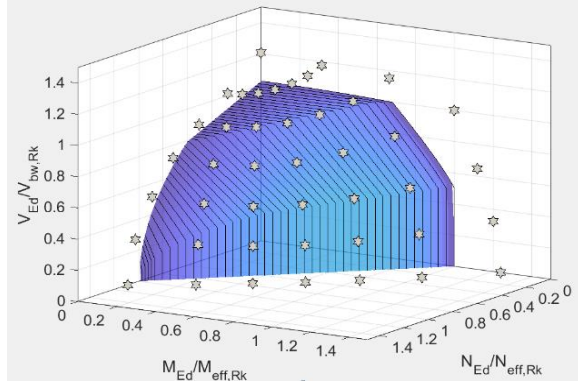
ID 11 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



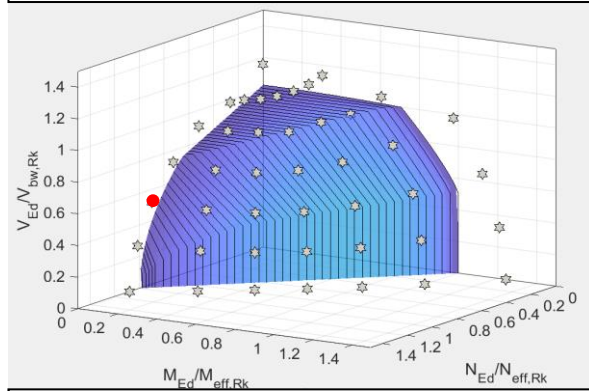
ID 12 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



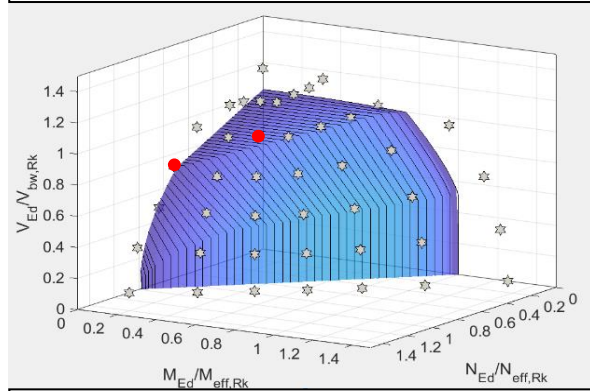
ID 13 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



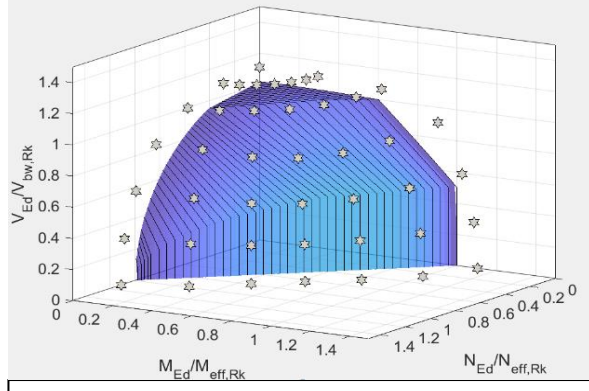
ID 14 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



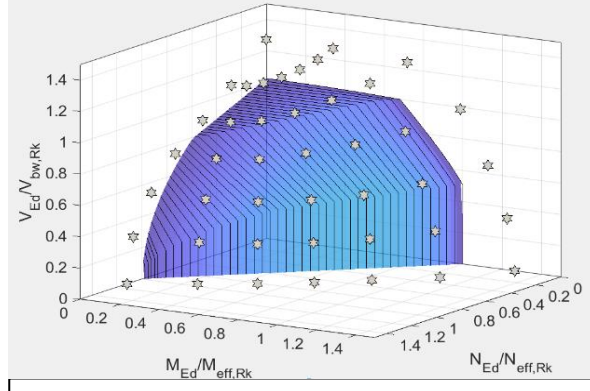
ID 15 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



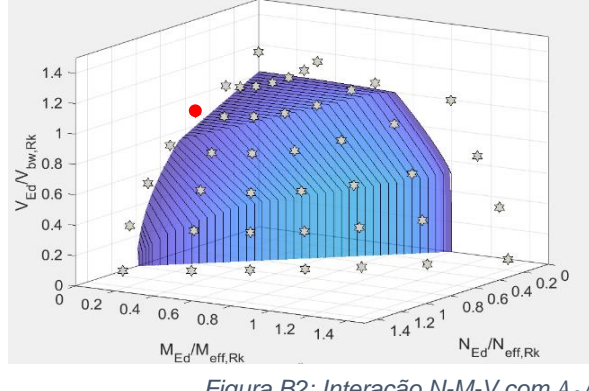
ID 16 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



ID 18 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



ID 19 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$



ID 20 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,25$

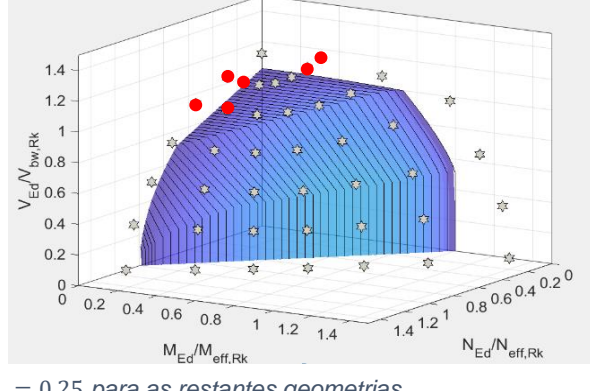
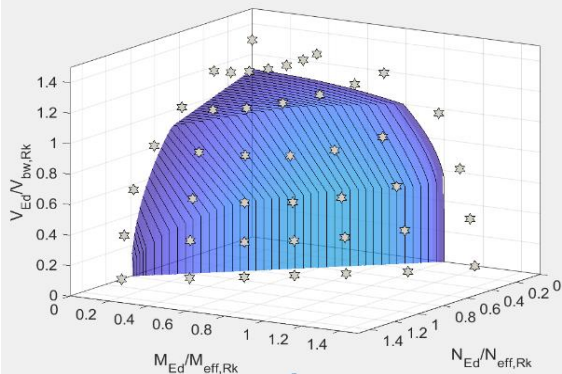


Figura B2: Interação N-M-V com  $A_f/A_w = 0,25$  para as restantes geometrias

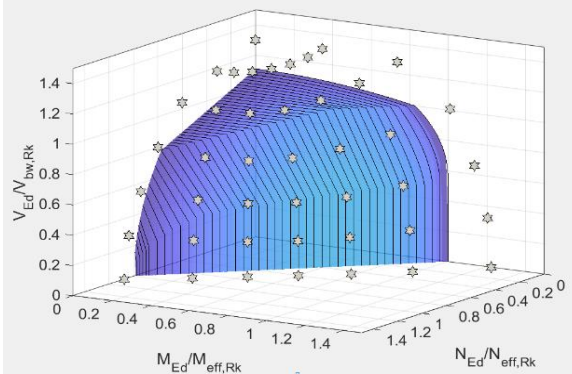


## ANEXO B3: Interação N-M-V para $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$

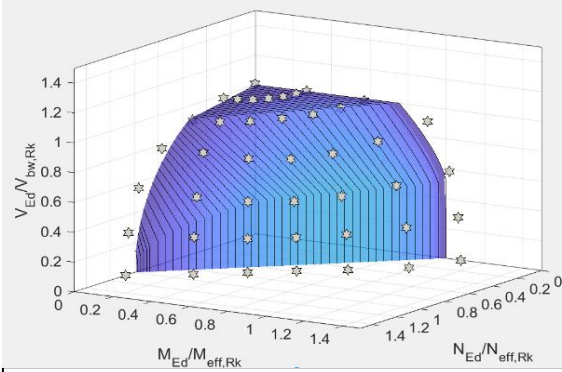
ID 2 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



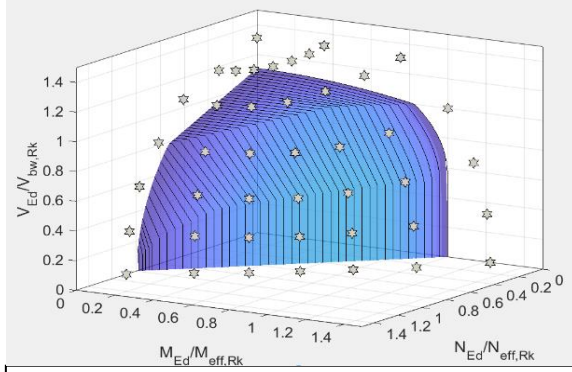
ID 4 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



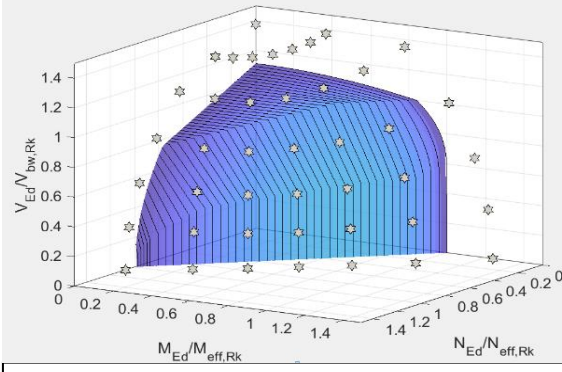
ID 6 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



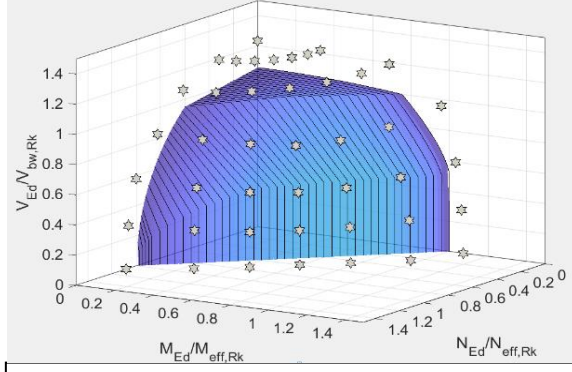
ID 9 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



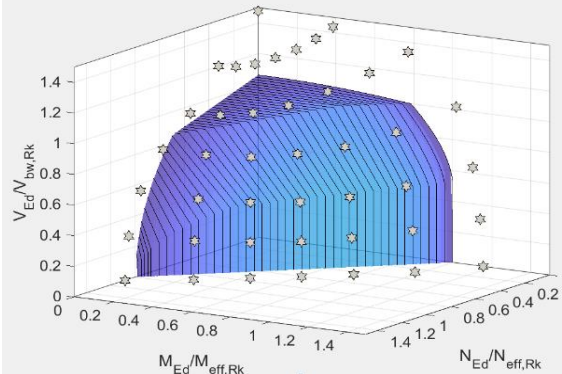
ID 10 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



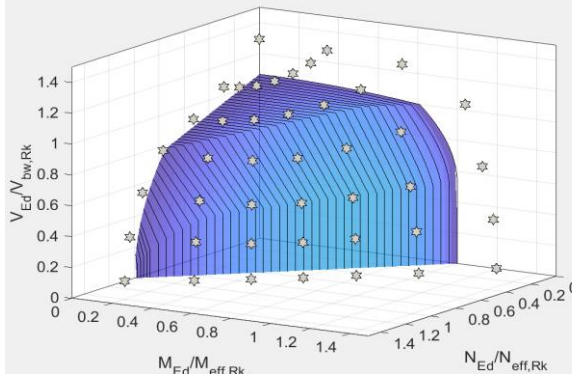
ID 11 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



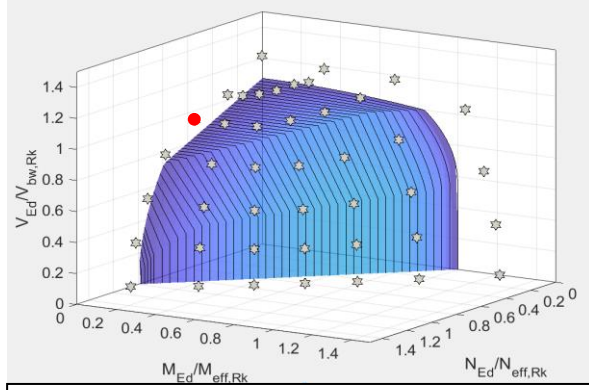
ID 12 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



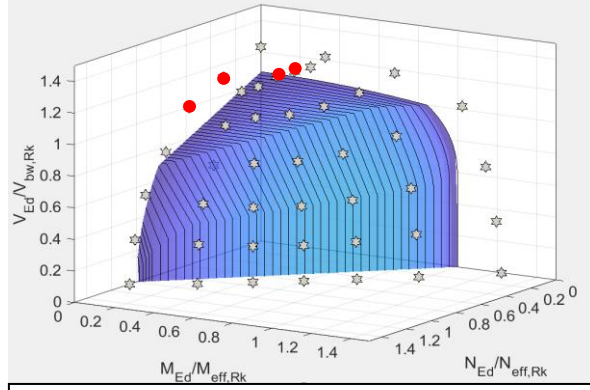
ID 13 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



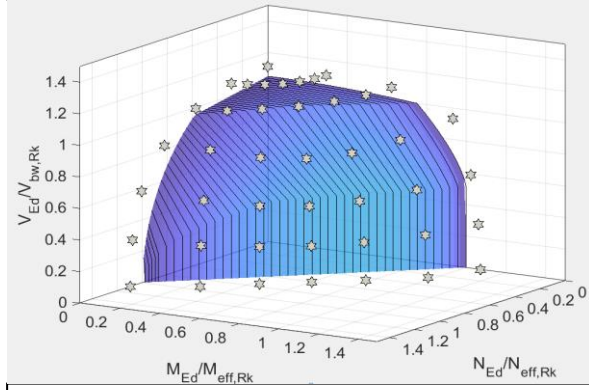
ID 14 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



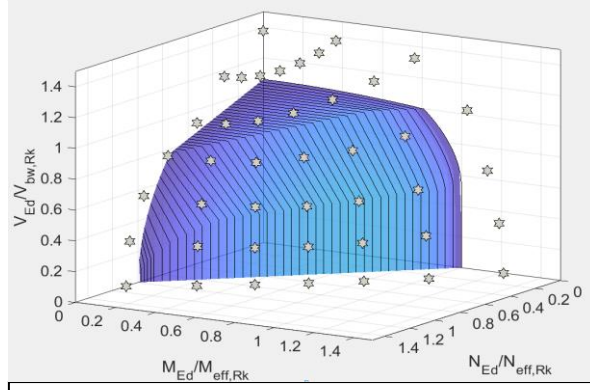
ID 15 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



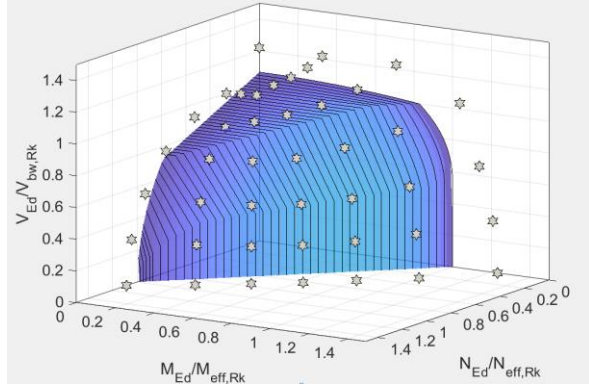
ID 16 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 18 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 19 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$



ID 20 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 0,50$

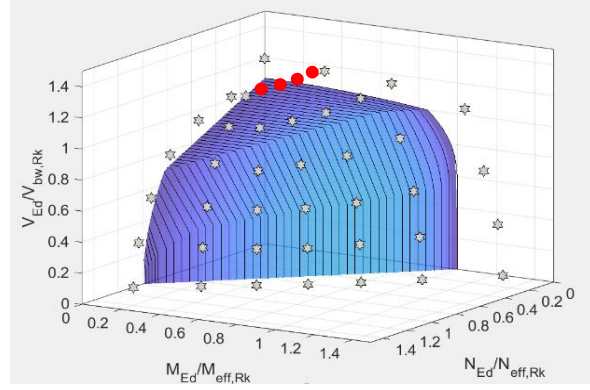
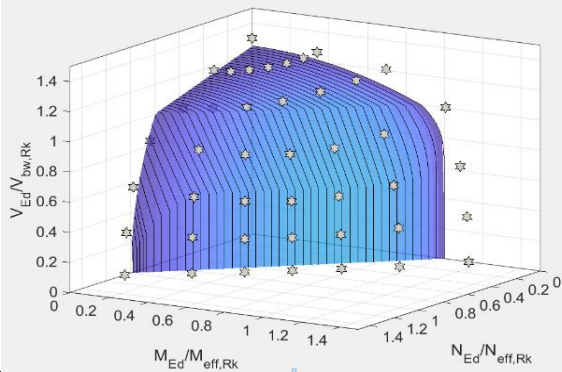


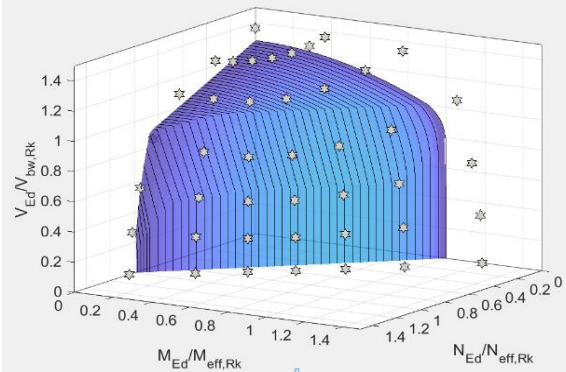
Figura B3: Interação N-M-V com  $A_f/A_w = 0,50$  para as restantes geometrias

## ANEXO B4: Interação N-M-V para $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$

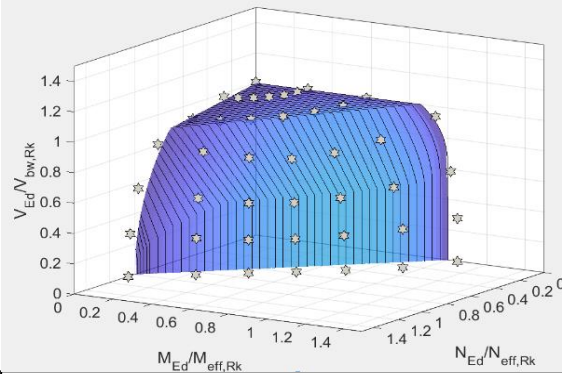
ID 2 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



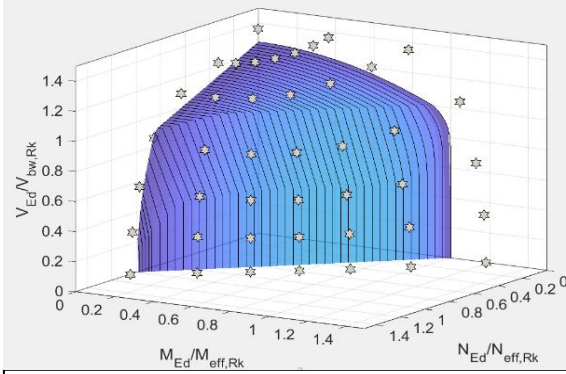
ID 4 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



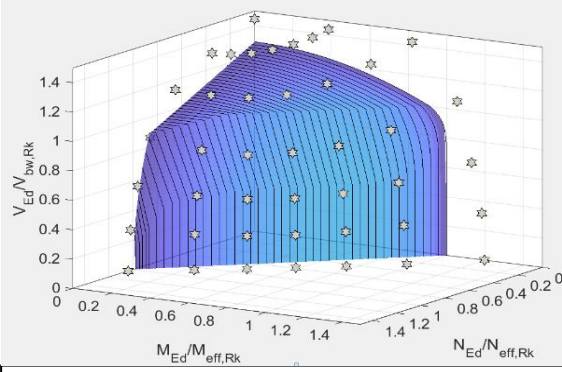
ID 6 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



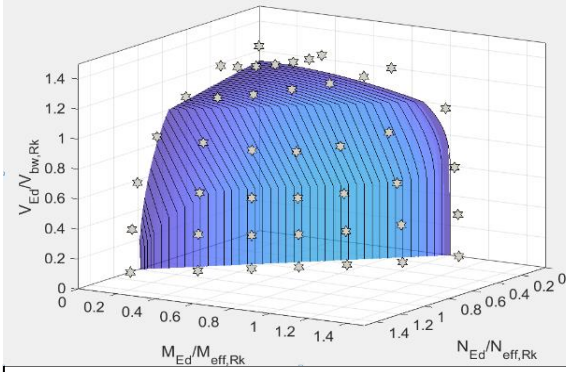
ID 9 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



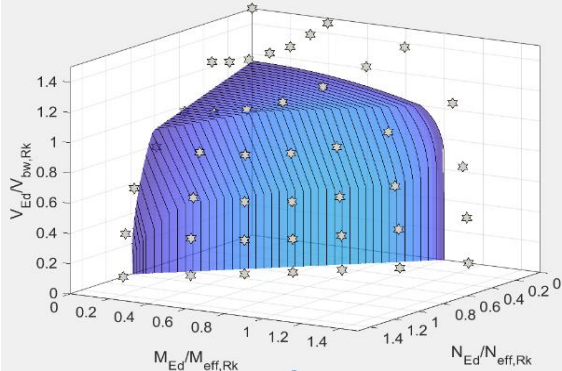
ID 10 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 1$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



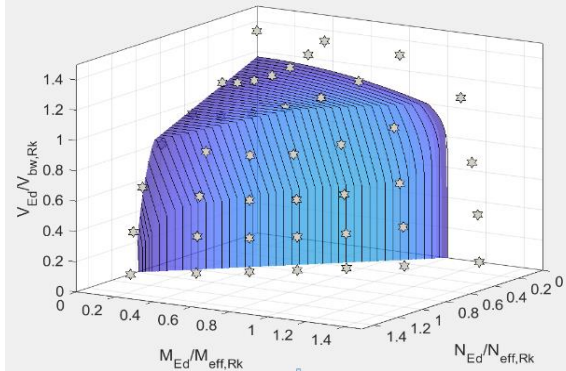
ID 11 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



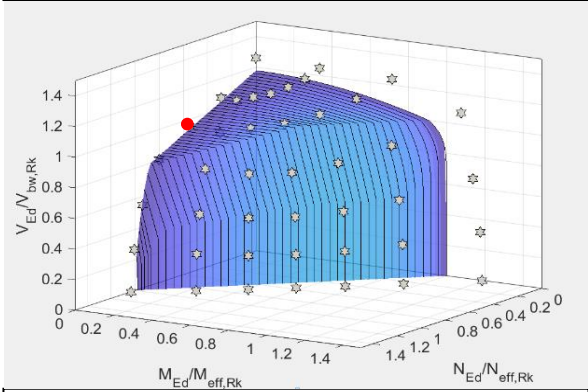
ID 12 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 120$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



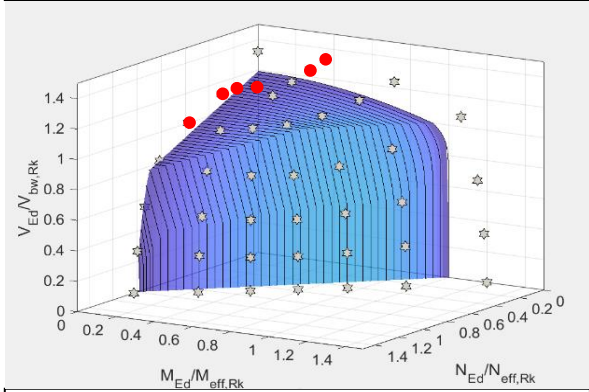
ID 13 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



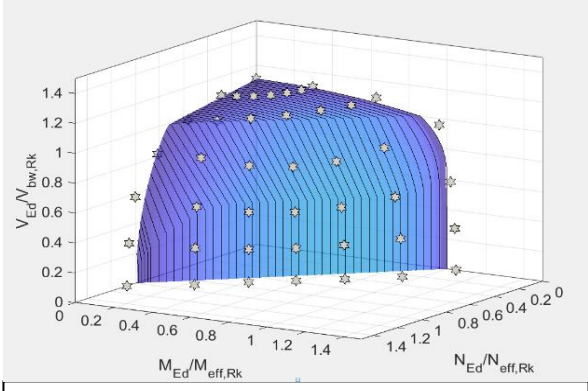
ID 14 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



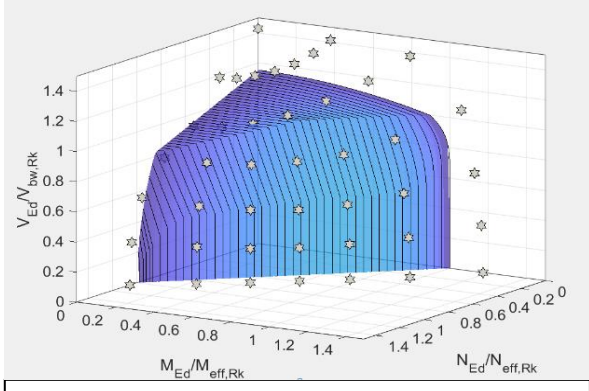
ID 15 //  $\gamma = 25$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



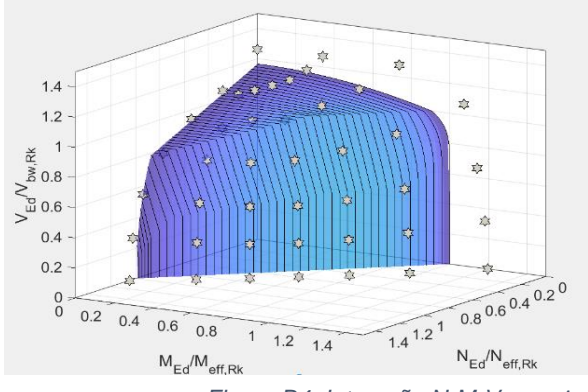
ID 16 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 80$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



ID 18 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 160$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



ID 19 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 200$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$



ID 20 //  $\gamma = 50$  //  $\alpha = 2$  //  $\frac{h_w}{t_w} = 240$  //  $\frac{A_f}{A_w} = 1,0$

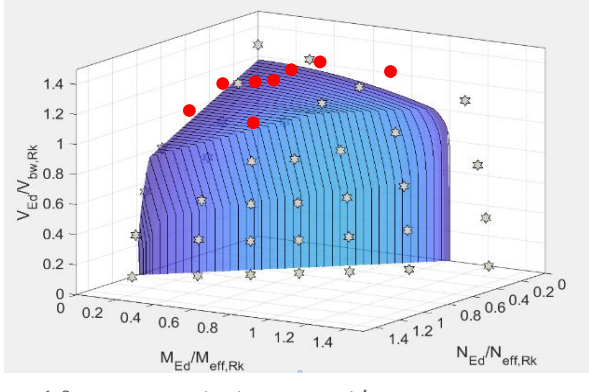


Figura B4: Interação N-M-V com  $A_f/A_w = 1,0$  para as restantes geometrias